

APUNTES
ESTRUCTURAS I

ÍNDICE

	Página
Objetivos-----	1
Tipo estructural -----	2
Condiciones de la estructura -----	3
Materiales estructurales -----	4
Acciones en la construcción-----	8
El fenómeno tensional -----	10
Estructuras traccionadas -----	12
La viga en voladizo -----	31
Módulo resistente -----	36
La viga simplemente apoyada -----	37
Viga de un tramo con voladizos -----	45
Flexión en $H^o A^o$ -----	58
Régimen elástico y plástico	67
Tensiones de corte originadas por la flexión -----	72
Momento de inercia -----	78
Flecha: deformación en vigas -----	84
Pandeo -----	88
Columnas de $H^o A^o$ -----	95

Bases de H° A°-----	99
Reticulados planos-----	105
Arcos-----	117
Pórticos -----	125
Hormigón pretensado -----	139
Viga de eje quebrado -----	146
Comparación de tipos estructurales	
Viga de alma llena – viga reticulada -----	154
Arco – Cable -----	162
Arco – Pórtico -----	172
Vigas de alma llena y reticuladas con arcos y pórticos-----	179

BIBLIOGRAFÍA

- Le Corbusier –“ Mensaje a los estudiantes de arquitectura”.
- Félix Candela – “ Hacia una nueva filosofía de las estructuras”.
- Enrico Tedeschi – “ Teoría de la arquitectura”.
- Eduardo Torroja – “Razón y ser de los tipos estructurales”.
- Forrest Wilson – “ Structure: the essence of architecture”.
- Salvadori y Heller – “ Estructuras para arquitectos”.
- Curt Siegel – “Formas estructurales en la arquitectura moderna”.
- Diego Díaz Puertas – “ Introducción a las estructuras de los edificios”.

“Omnibus debitor sum”
(Soy deudor de todos)

- Oscar Ferreras – “Estructuras – Instrumentación básica”.
- Eugenio Virla – “Cuadernos de estática” – “Tablas”.
- Benno Löser – “Hormigón armado”.
- Angel M. Gil – “Apuntes de temas estructurales”.
- H. W. Rosenthal – “La estructura”.
- H. Engel – “Sistemas de estructuras”.
- C. Schreyer – “Estática gráfica de la construcción”.
- “Einführung in die tragwerkslehre” (Introducción a la enseñanza de las estructuras) Forschungsgruppe für didaktik – Universität Stuttgart (Grupo de Investigación Didáctica – Universidad de Stuttgart)
- Grundlagen Der Tragwerkslehre (Fundamentos de la enseñanza de estructuras). Krauss, Führer und Neükater – Technische Hochschule Aachen – Escuela Técnica Superior de Aquisgrán.
- Grundlagen Der Tragwerkslehre 2 (Fundamentos de la enseñanza de estructuras). Krauss, Führer und Neükater – Technische Hochschule Aachen – Escuela Técnica Superior de Aquisgrán.
- Der entwurf von Tragwerken (El Diseño de las Estructuras). Führer, Ingendaij und Stein Technische Hochschule Aachen
- Graphische Statik (Estatica Gráfica) Forschungsgruppe für Didaktik – Universität Stuttgart
- Bogen (Arcos) – Forschungsgruppe für Didaktik – Universität Stuttgart
- Zug Und Druckstäbe (Barras traccionadas y comprimidas) – Forschungsgruppe für Didaktik – Universität Stuttgart
- Seilkonstruktionen (Tensoestructuras) – Rudolf Seegy - Forschungsgruppe für Didaktik – Universität Stuttgart
- Fachwerk (Estructuras de entramados) - Forschungsgruppe für Didaktik – Universität Stuttgart
- Seil (Cables) - Forschungsgruppe für Didaktik – Universität Stuttgart Tragsysteme (Sistemas Estructurales) – Wenzel – Institut für Tragkonstruktionen – Universität Karlsruhe.

“...la salud que hay que introducir en un sistema de estructura es del mismo orden que aquella que debe regir el programa y expresarlo por el plano y el corte. En esas cosas que no son de apariencia, sino de esencia, se juega precisamente el destino arquitectónico...”

Le Corbusier: “Mensaje a los estudiantes de arquitectura”

ESTRUCTURAS I

OBJETIVOS

El pensamiento es analítico, la vida y la acción son sintéticos.

ARISTÓTELES

El valor de una idea no se mide por su pureza o por su generosidad en abstracto, sino por sus posibilidades de aplicación a lo real...

La prueba de lo real constituye el único criterio de validez de las ideas.

GUSTAVE THIBON

LA ENSEÑANZA DE LAS ESTRUCTURAS en este curso parte fundamentalmente de una concepción de la ARQUITECTURA: UNA REALIDAD.

..." la obra de arquitectura es tal sólo cuando se ha hecho realidad viviente de materiales...". (Nervi).

OBJETIVO DE LA CARRERA: la creación arquitectónica.

OBJETIVO DEL ÁREA TECNOLÓGICA: desarrollar aptitudes, conocimientos y habilidades que coadyuvan a la creación arquitectónica en su carácter de hecho material. Abarca conceptos y conocimientos de:

- a) Procesos constructivos
- b) Estructuras
- c) Instalaciones
- d) Práctica profesional

ESTRUCTURAS I : objetivos generales

Conocimientos de:

- Fundamentos físicos y tecnológicos de los sistemas estructurales.
- Características físicas y tecnológicas de los materiales.

Habilidades para:

- Diseñar sistemas estructurales de edificios.
- Evaluar cualitativa y cuantitativamente a las estructuras.
- Predimensionar los tipos estructurales con materiales diversos.
- Resolver constructivamente las estructuras.

Actitudes para:

- Considerar a la estructura desde comienzos del proceso de diseño.

Formas metodológicas:

- Observación y análisis de formas naturales y de formas simples de uso común.
- Uso de modelos estructurales.
- Estudio de obras:
 - Primitivas
 - Históricas
 - Contemporáneas
- Interpretación matemática de los fenómenos estructurales. Esta fue la vía casi exclusiva de estudio de las estructuras en la enseñanza clásica. La seguiremos usando sin descartar otras interpretaciones y procedimientos.

Si el objetivo fundamental de la carrera es la creación arquitectónica, sintéticamente el objetivo fundamental de la enseñanza de estructuras es la creación estructural o diseño estructural.

El proceso de diseño estructural reconoce tres etapas:

- 1- Concepción de la estructura
- 2- Dimensionado de la misma
- 3- Resolución constructiva

En 1 y 3 el arquitecto juega un rol determinante, en 2 relativo.

.."el cálculo no es más que una herramienta para prever si las formas y dimensiones de una construcción son aptas para soportar las cargas a que ha de estar sometida..." (Torroja).

TIPO ESTRUCTURAL

Conjunto de elementos resistentes, vinculados entre sí y a tierra, capaz de mantener sus formas y cualidades a lo largo del tiempo, bajo la acción de cargas y agentes exteriores a que ha de estar sometido. El problema estructural consiste en elegir el tipo estructural que dentro de las condiciones que le impone su finalidad, resulte más adecuado y económico para construirlo con los materiales y las técnicas de que se dispone.

Ecuaciones	Finalidad utilitaria Función estática Cualidades estéticas Condiciones económicas	Incógnitas	Material Tipo estructural Forma y dimensiones Proceso de ejecución
------------	--	------------	---

Planteadas éstas hay que compatibilizarlas (Torroja)

Proyectar supone:

- Ciencia y técnica
- Arte
- Sentido común
- Afición
- Aptitud
- Delectación en el oficio

dónde el cálculo aporta los últimos toques y su garantía estático - resistente.

La principal dificultad en el diseño estructural es la capacidad de imaginación para comprender y relacionar cargas y esfuerzos (J. C. Gordon)

CONDICIONES DE LA ESTRUCTURA

1º- Estaticidad $\Rightarrow$ Equilibrio

2º- Resistencia $\Rightarrow$ Comportamiento de los materiales

Equilibrio conlleva el concepto de:

Fuerza $\Rightarrow$ Causa del movimiento

Momento $\Rightarrow$ Causa de las rotaciones

Condiciones de equilibrio:

$$\sum V = 0$$

$$\sum H = 0$$

$$\sum M = 0$$

MATERIALES ESTRUCTURALES

"Cada material expresa su propio mensaje".

F.L. Whright.

La obra de arte resulta cuando se produce una alianza entre el artista y el material.

El uso adecuado de los materiales estructurales es fundamental para el proyecto correcto, pues los materiales disponibles limitan la elección de los sistemas estructurales en todos los problemas importantes.

No interesan los materiales separados, constitutivos de cada material conjunto, en el sentido que le damos en la construcción: hormigón y no cemento; mampostería y no ladrillo o piedra.

En Introducción a la Tecnología se vio los materiales desde un punto de vista genérico de la construcción.

Recapitulamos los materiales estructurales.

Clasificación

- Pétreos
- Maderas
- Metálicos
- Hormigón Armado
- Hormigón pretensado
- Ferrocemento

Pétreos

- Mampostería en seco
- Cantería
- Mampostería normal
- Tapial
- Adobe
- Suelocemento
- Fábricas (mamposterías) de ladrillos
- Hormigón
- El terreno de fundación

Las fábricas o mamposterías de pétreos naturales y artificiales: resisten bien a la compresión y mal a la tracción. Son frangibles (quebradizos). Requieren masa.

El tapial: no es estructural. Es formáceo y se construye en moldes con tierra arcillosa apisonada. Es la antítesis de la piedra por su durabilidad y necesita permanente cuidado para reponer sus erosiones.

El suelo cemento: es la versión moderna del tapial. La durabilidad y resistencia de éste fueron sensiblemente mejoradas por su amasado con una pequeña cantidad de cemento Portland, previo estudio de la granulometría, la composición petrográfica y el comportamiento reológico de las tierras.

El adobe: es útil en las regiones de arcillas arenosas aptas para su fabricación. Es exclusivamente aplicable a muros y elementos de régimen tensional muy bajo y en compresión. No es apto en zonas sísmicas.

El hormigón: es un verdadero conglomerado artificial análogo a cierto tipo de rocas naturales en el que la pasta de cemento y agua al fraguar primero y endurecer después, consolida las piedras y granos de arena del árido. La libertad de formas sólo está limitada por el encofrado. Es un material moderno, pero puede considerárselo clásico, pues fue empleado pobremente en la antigüedad, sobre todo por los romanos en su variedad puzolánica.

Es formáceo y se convierte después en un enorme monolito cuyas propiedades líticas van definiéndose y perfeccionándose con el tiempo.

El terreno de fundación: debe considerarse como un material estructural esencial a toda estructura como lo es el agua para un buque o el aire para un avión. Puede ser rocoso (sólido), arcilloso (pseudo sólido) o simple árido (lechos arenosos o graveras).

Madera: es el primer material que resiste por igual a tracción y compresión en el sentido de sus fibras. Es el único material vivo que se emplea en gran escala en la construcción (más adaptable, menos rígido). Es menos durable respecto a otros materiales ya vistos, liviano, anisótropo y de gran deformabilidad. Son de gran importancia los enlaces para transmitir los esfuerzos de una pieza a otra.
“La madera, más próxima a lo humano que otros materiales, no se conforma con ser atada y gusta cambiar de postura con cierta libertad” (Torroja).
La técnica moderna buscó otras tecnologías con éxitos muy alentadores como el encolado, el contrachapado y el clavado.

Fundición: al igual que el hormigón, es un material moldeable pero mucho más homogéneo y resistente inclusive a la tracción. Se diferencia esencialmente de él porque no es moldeado *“in situ”*. De gran *Pe*, buena resistencia a tracción pero menos confiable que su resistencia a compresión, no es elástico (las deformaciones aumentan mucho más rápidamente que las compresiones que las producen) y su coeficiente de dilatación térmica es elevado. Estructuralmente ha perdido vigencia frente al hormigón armado y a los aceros laminados.

Acero laminado: es un material mucho más técnico que los materiales clásicos, en el que lo tensional es fundamental. Por su elevado módulo de elasticidad y por su alta resistencia es insustituible en un amplio campo de construcciones (grandes alturas y luces). Arquitectónicamente es en el conjunto estructural donde debe buscarse la belleza de este material, no en sus piezas y en las calidades aparentes de su superficie.

Presenta el grave inconveniente de su fácil oxidación. El acero es el material de mayor costo volumétrico y de más elevada capacidad tensional pero el de más exigente determinismo morfológico, como consecuencia del proceso de laminación.

En nuestro medio no podemos dejar de referirnos a las estructuras de chapa plegada y de filigranas por su gran desarrollo y promisorias posibilidades, tanto desde un punto de vista tecnológico como económico.

Hormigón Armado: Constituye un nuevo material con características totalmente diferentes de sus componentes (acero y hormigón). En el Hº Aº el acero da fibra a la piedra mientras el hormigón da masa al acero. El trabajo conjunto queda garantizado por la adherencia.

Vidrio Armado: Es la combinación de hormigón con losetas de vidrio para formar lucernarios autoportantes. El elemento resistente es el propio vidrio, pues la retracción y deformación del Hº traspasan la mayor parte de las compresiones al vidrio quedando el Hº como material de enlace entre vidrio y armadura.

Pretensado: Es HºAº en el que las armaduras se tensan antes de verter y fraguar el hormigón.

El hormigón resulta así pre-comprimido por la pre -tensión de las barras de acero.

Por la acción de las cargas las tracciones que se ocasionan reducen o en el peor de los casos anulan la compresión inicial del hormigón.

Requiere armaduras de muy alto límite elástico.

En hormigón pre-tensado la tracción del acero y la compresión del Hº, como fenómenos parásitos, se mantienen gracias a la adherencia. Por eso se usan armaduras delgadas.

Post-tensado: Tensión de armaduras con recorridos óptimos (no obligadamente rectos) en elementos de Hº ya fraguados en dimensiones totales o en sistemas de dovelas prefabricadas.

Ferrocemento: Es una malla metálica con azotado de arena y cemento Portland.

A diferencia del Hº Aº, invierte las relaciones de ambos materiales componentes ya que si éste es una masa de Hº con “*fibras metálicas*” (Torroja), el ferrocemento de Nervi es una tupida y delgada malla metálica múltiple, rellena por un mortero de cemento y arena sin agregado grueso.

En el Hº Aº la armadura adopta direcciones específicas de esfuerzos de tracción pero no homogeneiza el material conjunto.

El ferrocemento es prácticamente un material compuesto homogéneo y con un alto grado de isotropía.

Prefabricación: Según Torroja, aunque supone un proceso constructivo debe ser considerada como otro material.

Si bien no ha alcanzado todavía sus formas y tipos estructurales óptimos, ofrece indudables ventajas de economía y rapidez constructiva.

Impone la repetición de un gran número de veces una misma forma para amortizar moldes.

Implica también combinaciones de distintos materiales (cerámico, Hº Aº, Hº pre-tensado, ferrocemento etc.).

El estudio en profundidad de la tipificación y la modulación permitirá la mayor libertad de formas con el mínimo de piezas diferentes.

Esta somera enumeración es un recordatorio de lo visto en Introducción a la Tecnología a efectos que el estudiante analice con criterio y agudeza crítica las posibilidades y formas óptimas de aplicación de los materiales estructurales.

ACCIONES EN LA CONSTRUCCIÓN

Toda estructura por el simple hecho de su existencia está sometida a la acción de cargas y debe resistirlas.

Pueden ser:

Cargas estáticas

• De acción directa	• Permanentes	Peso propio Sobrecargas fijas
	• Variables	Cargas útiles Nieve Empujes
De acción indirecta	• Reológicas	
	• Térmicas	
	• Asentamientos	

Cargas dinámicas

Son cargas cuyo valor varía con rapidez o se aplican en forma brusca. Distinguimos:

- **Cargas de impacto:** Cuando un golpe instantáneo produce una fuerza sumamente grande hasta con resultados destructivos. Cuanto menor es el tiempo de aplicación de la carga tanto mayor será el efecto (ej: golpe de martillo).
- **Cargas resonantes:** Cuando una fuerza relativamente pequeña aplicada rítmicamente durante un tiempo prolongado produce efectos crecientes (ej: el columpio).

Los efectos dinámicos de las cargas son muy superiores a los efectos estáticos.

La mayor parte de las cargas aplicadas a las estructuras arquitectónicas no poseen características de impacto, salvo las debidas a los movimientos sísmicos.

Todas las estructuras son en cierto grado elásticas. Como consecuencia de esta elasticidad tienden a oscilar. El tiempo de oscilación completa se denomina "*período fundamental*" (por ejemplo entre 1/10 de segundo y 6 o más segundos).

Una estructura rígida oscila con rapidez. Las estructuras flexibles lo hacen con lentitud.

El tiempo de aplicación de una carga se mide con relación al período fundamental de la estructura. Si es breve comparado con dicho período, la carga posee efectos dinámicos.

Si es largo la carga tiene sólo efectos estáticos. Por tanto una misma carga puede ser estática para una estructura y dinámica para otra.

Todos los fenómenos dinámicos son complejos. El proyectista debe tener conciencia de su acción y usar con mesura aún las "*cargas estáticas equivalentes*" sugeridas por algunos códigos. Por ejemplo, un viento de velocidad constante y relativamente baja que sopló durante seis horas contra el puente colgante de Tacoma (Washington) produjo oscilaciones aerodinámicas que en continuo aumento torcieron y flexionaron el puente hasta su derrumbe.

EL FENÓMENO TENSIONAL

El trazado de toda estructura implica dominar los principios tensionales que rigen sus fenómenos resistentes.

Es necesario meditar y experimentar hasta sentir como algo propio, natural y congénito, los fenómenos de tensión y deformación para intuir de golpe como va a trabajar la estructura y cual sería su forma de rotura.

De lo deformatorio a lo tensional

La experimentación es la mejor guía educadora de la intuición. Ésta resulta ser la síntesis de estudio y experimentación:

La creatividad estructural requiere el conocimiento intuitivo del comportamiento de la estructura y de los materiales que la constituyen.

Debemos considerar tres conceptos diferentes pero ligados entre sí: equilibrio, resistencia, estabilidad.

Equilibrio: Es la capacidad de mantener o no un elemento en el plano, como caso particular, o en el espacio, como caso general. Implica la producción automática de fuerzas pasivas o reacciones capaces de equilibrar fuerzas causales o libres.

El equilibrio debe ser estable, no indiferente y mucho menos inestable.

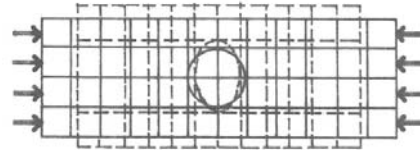


Concepto: Variación de la cota de altura del centro de gravedad.

- 1- **Equilibrio estable:** El centro de gravedad sube al moverse el cuerpo y tiende a recuperar su posición primitiva bajando otra vez.
- 2- **Equilibrio inestable:** El centro de gravedad baja al moverse el cuerpo y tiende a seguir cayendo.
- 3- **Equilibrio indiferente:** El centro de gravedad no cambia su cota de altura al moverse el cuerpo con lo que éste no tiende ni a volver a su posición primitiva ni a seguir cayendo.

Antes del cálculo por tanto interesa asegurarse que la disposición estructural no va a permitir el movimiento de los elementos constituyentes.

Resistencia: Es la capacidad del material en todos y cada uno de los volúmenes elementales de la estructura de soportar las fuerzas internas a que se lo somete como resultado del estado general de cargas. Interesa considerar que la rotura no depende sólo de la mayor tensión principal a que se la somete, sino también de las otras dos, normales a ella que no siempre son despreciables.



Ejemplo de una pieza de goma, reticulada y con circunferencias trazadas en sus caras. Comprimiendo la pieza, las circunferencias se transforman en elipses. Las direcciones inicialmente perpendiculares, varían de ángulo entre sí, salvo cuando las direcciones de la retícula coinciden con las tensiones principales.

Estabilidad: Es un concepto más amplio que el de equilibrio y lo incluye en su forma específica de equilibrio estable para los cuerpos fijos.

El concepto de equilibrio empieza por ampliarse a la “*estabilidad en el espacio*”, aún para las estructuras planas (posible necesidad de arriostramientos).

Para algunos autores comprende inclusive la estabilidad a largo plazo, en condiciones adecuadas de servicio.

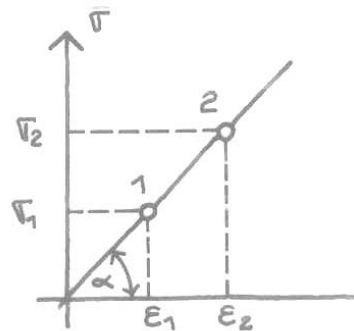
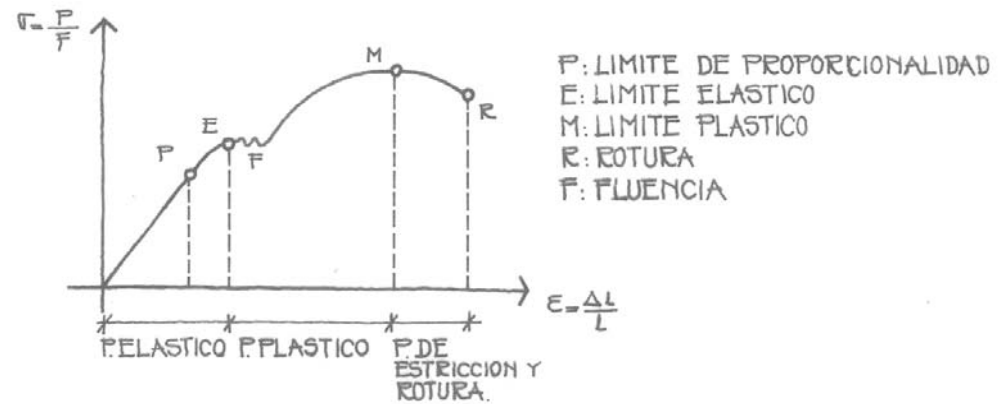
En cierto modo este concepto amplio de estabilidad equivaldría a la cualidad de “*duración en buen estado*”: sin caerse, sin romperse, sin deformarse y sin deteriorarse por envejecimiento.

ESTRUCTURAS TRACCIONADAS

Repaso de:

Equilibrio $\Rightarrow$ Expresado por $\Sigma H = 0$ $\Sigma V = 0$ $\Sigma M = 0$

Resistencia $\Rightarrow$ Expresado por $\sigma = \frac{P}{F} \therefore F = \frac{P}{\sigma}$



Dentro del límite de proporcionalidad:

$$\frac{\sigma_1}{\epsilon_1} = \frac{\sigma_2}{\epsilon_2} = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

Pendiente de $\alpha = E$

Pendiente es la relación de coordenadas con prescindencia del ángulo geométrico y su tangente. Es un valor deducido por relación, no medido.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\frac{P}{F}}{\frac{\Delta l}{l}} = \frac{P.l}{F.\Delta l} = E \quad (1) \quad \therefore \quad \Delta l = \frac{P.l}{E.F} ; \quad \text{en } (1) \quad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = 1 \quad \text{es} \quad E = \frac{P_{\varepsilon=1}}{F} = \sigma_{\varepsilon=1}$$

Concepto físico de módulo de elasticidad: es igual a la fuerza por cm^2 que duplicaría teóricamente la longitud primitiva de un elemento traccionado.

Estabilidad: Referida a la estabilidad de la estructura en un plano normal al del plano de la estructura.

Arriostramientos: Pueden diferenciarse en:

- 1- Colaboradores de estructuras principales planas: aseguran su estabilidad fuera del propio plano de trabajo.
- 2- Además de la función anterior, absorción específica de los esfuerzos de viento: "*arriostramientos de contraviento*".

Los arriostramientos de contraviento se dimensionan con las solicitaciones específicas del viento.

En los arriostramientos del caso **(1)** en que no se cuenta con solicitaciones particulares que permitan un dimensionado por cálculo se llega al dimensionado en base a relaciones entre el arriostramiento propiamente dicho y la pieza principal arriostrada. Se acepta una sección entre el 20% y el 25% de la pieza arriostrada.

Estructuras traccionadas: La idea de salvar grandes luces con cables no es nueva. Puentes colgantes de lianas, cables romanos con hilos de bronce, techo del Coliseo en Roma, tiendas y carpas.

Son estructuras traccionadas las que encauzan las fuerzas mediante tensiones normales de tracción pura.

La tracción es sumamente eficiente pues acomoda el material en forma óptima para el esfuerzo a que estará solicitado sin permitirle desviaciones posteriores.

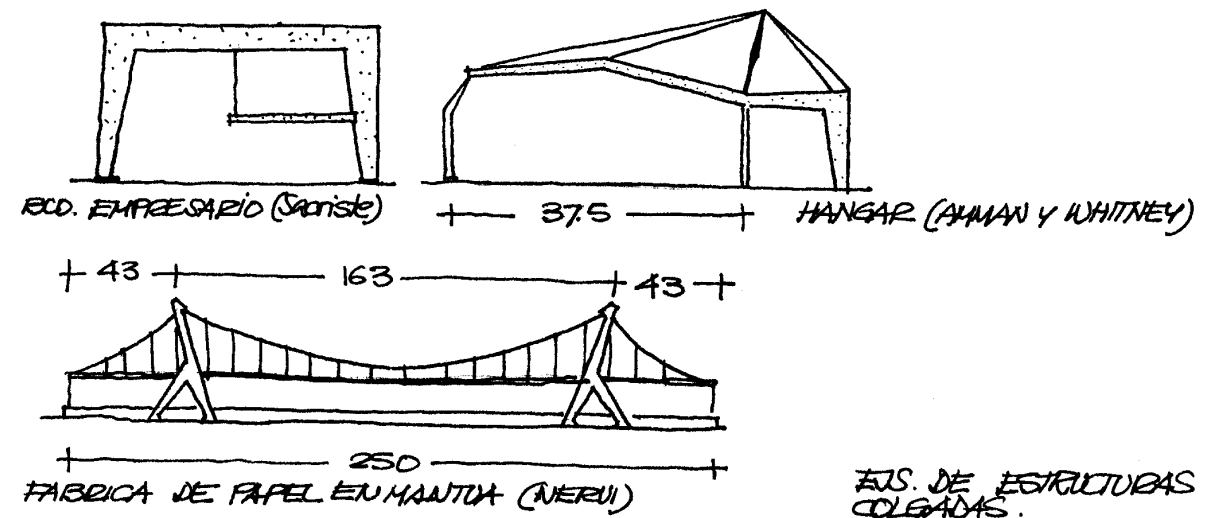
El mecanismo resistente de los elementos traccionados sin rigidez descansa en que la forma material se acomoda al flujo de los esfuerzos. Ej: cadenas, cables, barras delgadas.

Sumando a esto la gran resistencia a la tracción del acero resultan ser los cables los elementos más económicos para cubrir grandes luces.

Distinguimos:

- **Estructuras colgadas:** Tipos comunes de entresijos y cubiertas que en lugar de apoyar sobre elementos inferiores cuelgan de elementos superiores. Se trata de tensores que reemplazan a columnas. Ej.: Entresijo del Banco Empresario.

Frente al problema de sostener los tensores, una de las formas es el puente colgante a escala de edificio. Ej.: Fábrica de papel en Mantua de Nervi.



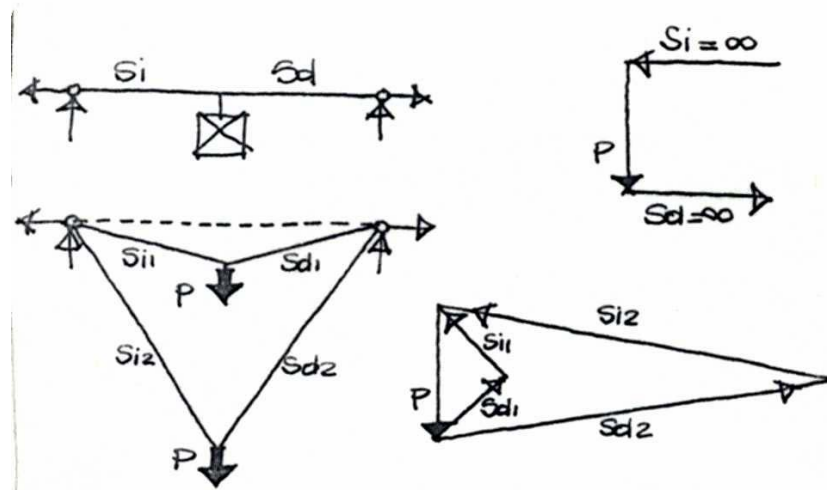
- **Estructuras colgantes:** Son aquellas en las que los cables son elementos principales de la estructura y acompañan constructiva y formalmente a la cubierta.

Conceptos estáticos

- 1 – Las líneas de tracciones están determinadas por las Fuerzas, la Flecha y la Luz.
- 2 – El cable cambia sus formas bajo diferentes cargas. Resulta ser siempre la curva funicular para cada caso de carga.

3 – Los sistemas de cables son gobernados por el flujo natural de las fuerzas por tanto no pueden someterse al proyecto arbitrario y libre de sus formas.

Estática de cables elementales



Consideramos un cable estirado entre dos puntos fijos con una sola carga aplicada en su punto medio.

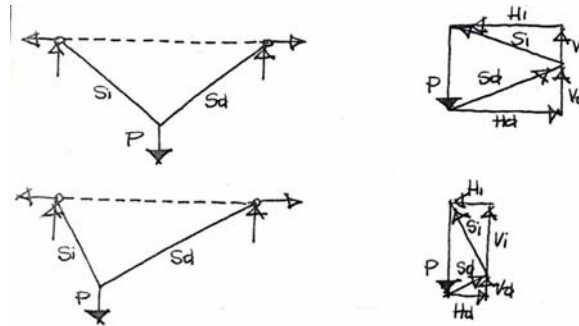
El cable adopta una forma simétrica triangular. A cada apoyo llega la mitad de la carga. Para cargas diferentes la forma triangular adoptada por el cable se caracteriza por:

La Luz $\Rightarrow$ distancia entre extremos del cable.

La Flecha $\Rightarrow$ Distancia vertical entre la línea de soportes y el punto más bajo del cable.

Sin flecha el cable no podría soportar cargas verticales, pues las fuerzas de tracción serían horizontales. No se puede equilibrar cargas verticales con fuerzas horizontales.

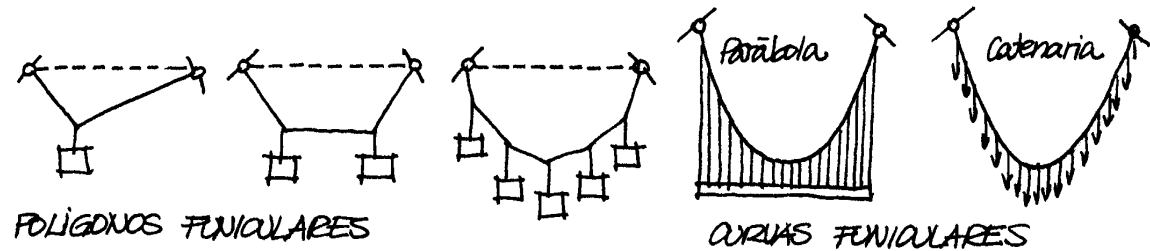
En cables las tensiones son inversamente proporcionales a las flechas.



SIMETRÍA DE CARGA
Reacciones horizontales y
verticales iguales

ASIMETRÍA DE CARGA
Reacciones horizontales iguales.
Reacciones verticales distintas.

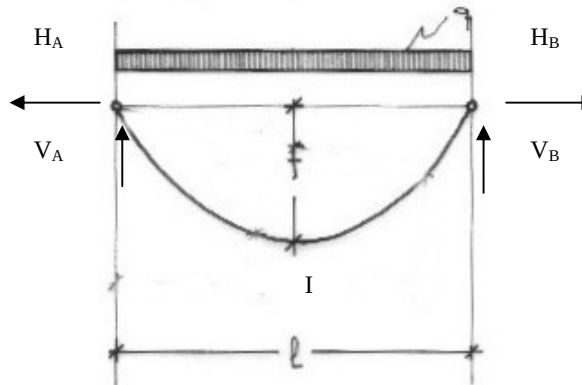
A causa de su reducida sección transversal en relación con su longitud, el cable no puede resistir a la flexión y así modifica su forma para cada nuevo estado de cargas. Es la curva funicular para cada caso de cargas.



Parábola: Funicular de cargas uniformemente distribuidas en planta.

Catenaria: Funicular de cargas uniformemente distribuidas a lo largo del eje.

El cable se considera como una cadena infinitamente articulada o sea que en cada punto del cable es $M=0$



Tenemos:

4 reacciones de apoyo desconocidas (incógnitas).

3 condiciones de equilibrio.

$$\sum V = 0$$

$$\sum H = 0$$

$$\sum M = 0$$

1 condición "de forma" por falta de rigidez a la flexión ($M_i = 0$ para i en cualquier punto del cable).

Sistema estáticamente determinado

• Reacciones de apoyo:

$$V_A = ? \quad \sum M_B = 0 \quad V_A \cdot l - q \cdot l \cdot \frac{l}{2} = 0 \quad \therefore \quad V_A = \frac{q \cdot l^2}{2} \cdot \frac{1}{l} = q \cdot \frac{l}{2} \quad \therefore \quad \boxed{V_A = \frac{q \cdot l}{2}}$$

$$V_B = ? \quad \sum M_A = 0 \quad -V_B \cdot l + q \cdot l \cdot \frac{l}{2} = 0 \quad \therefore \quad V_B = \frac{q \cdot l^2}{2} \cdot \frac{1}{l} = \frac{q \cdot l}{2} \quad \therefore \quad \boxed{V_B = \frac{q \cdot l}{2}}$$

$$H_A = ? \quad \sum M_i = 0 \quad V_A \cdot \frac{l}{2} - H_A \cdot f - \frac{q \cdot l}{2} \cdot \frac{l}{4} = 0 \quad \therefore \quad \boxed{H_A = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot f}}$$

$$H_B = ? \quad \sum H = 0 \quad \boxed{H_A = H_B}$$

- **Fuerzas en el cable:**

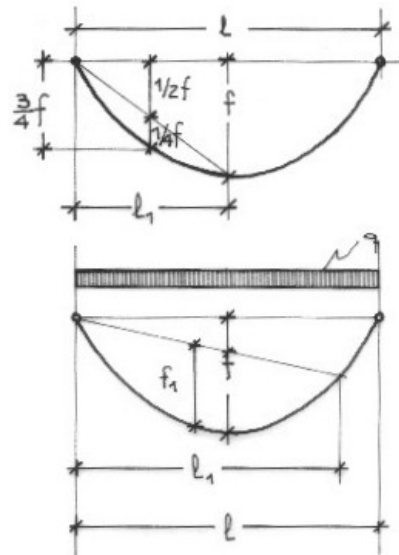
$S_l = H = S_{\min}$ Fuerza en el cable donde la tangente al mismo es horizontal

$S_A = \sqrt{H_A^2 + V_A^2} = S_{\max} = S_B$ Fuerzas en el cable en coincidencia con los apoyos.

Con estos valores se dimensionan las secciones que tienen que tener los cables y se verifican las deformaciones.

Demostración de la constancia de H: (en $l_1 = \frac{l}{2}$)

Línea del cable $\approx$ Parábola.



Para $\frac{l}{4}$ es $f = \frac{3}{4} f$ (condición de la parábola)

Para $l_1 = \frac{l}{2}$ es $f_1 = \frac{f}{4}$

Elevando al cuadrado: $l_1^2 = \frac{l^2}{4} \therefore l^2 = 4 \cdot l_1^2$

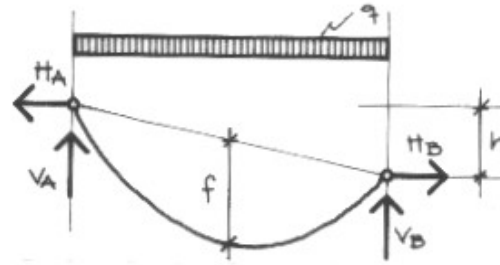
Reemplazando estos valores en la expresión de H:

$$H = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot f} = \frac{q \cdot 4 \cdot l_1^2}{8 \cdot 4 \cdot f_1} = \frac{q \cdot l_1^2}{8 f_1}$$

Para un caso cualquiera se deduce:

$$H = \frac{q \cdot l^2}{8 f} = \frac{q \cdot l_1^2}{8 f_1} = \frac{q \cdot l_x^2}{8 f_x}$$

La componente horizontal de la tensión del cable es en cualquier punto de igual valor.



Para una
Para una línea de soportes no horizontal.

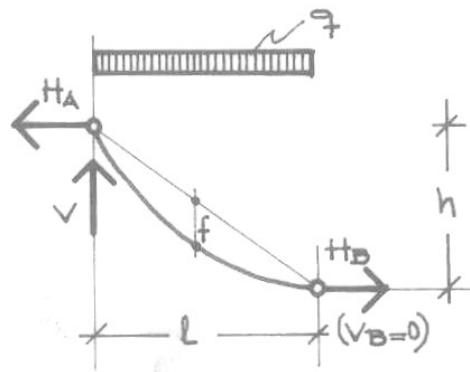
Cálculo de las reacciones:

$$H_A = H_B = \frac{q \cdot l^2}{8f}$$

$$V_A = ? \quad \Sigma M_B = 0 \quad V_A \cdot l - H_A \cdot h - \frac{q \cdot l^2}{2} = 0 \quad \therefore \quad V_A = \frac{\frac{q \cdot l^2}{2} + H_A \cdot h}{l}$$

$$V_A = \frac{q \cdot l}{2} + H_A \cdot \frac{h}{l}$$

$$V_B = \frac{q \cdot l}{2} - H_A \cdot \frac{h}{l}$$



Caso límite con tangente del cable en B horizontal:

Al ser horizontal la dirección de la fuerza que solicita al cable en B, no hay en B una componente vertical, por lo tanto:

$$V_B = 0 \quad y \quad V_A = q \cdot l$$

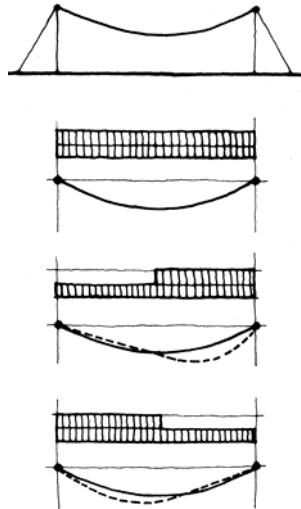
$$H_A = \frac{q \cdot l^2}{8f} = H_B$$

Este caso corresponde a la mitad izquierda de un cable con una luz igual al doble de l y con apoyos a la misma altura, al que le correspondería la siguiente expresión:

$$H_A = \frac{q(2l)^2}{8h} = H_B \quad \text{pues } f = h$$

De lo que deducimos que para nuestro ejemplo en particular es $f = \frac{h}{4}$ de donde $h = 4f$. Si reemplazamos $h = 4f$ en la expresión anterior obtenemos la expresión correspondiente a nuestro caso, con tangente horizontal en B.

Deformaciones críticas del cable



Debido a su flexibilidad y a su reducido peso propio con relación a su luz, el cable es muy susceptible a la succión del viento, a las vibraciones y a las cargas asimétricas y móviles, quedando expuestos a deformaciones llamadas flameo. El cable, al ser considerado como una cadena infinitamente articulada, no tiene rigidez alguna y adopta la forma del flujo de las fuerzas.

Las desventajas que presenta son:

- Inestabilidad.
- No son autoportantes.
- Necesitan torres comprimidas y anclajes adecuado

Formas de estabilización:

- 1- Incremento del peso propio con relación a posibles cargas asimétricas.



Para evitar la inversión de forma, se aumentan las cargas permanentes (cubiertas pesadas) las cuales disminuyen la deformación.

Se acepta que es suficiente cuando el peso propio es de 2 a 3 veces más grande que las posibles cargas asimétricas.

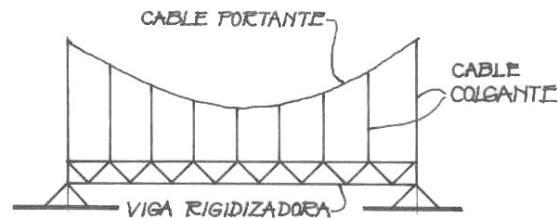
- 2- Rigidización del cable

Se reemplaza el cable por una construcción rígida: viga de acero, perfiles de acero laminado o una cáscara.



- 3- Vigas rigidizadoras

La presencia de la viga no permite el desplazamiento vertical diferenciado de las péndolas.



Utilización: en todos los grandes puentes colgantes. Ej. Fábrica de papel en Mantua (Nervi).

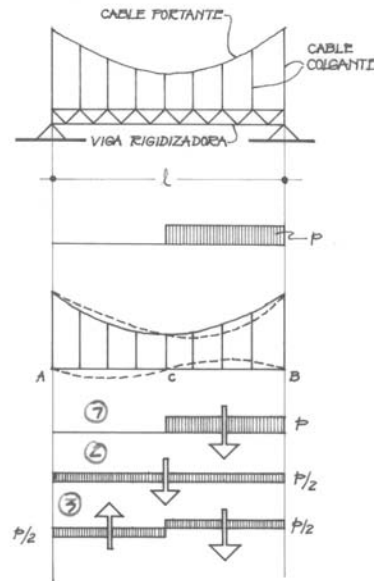


Gráfico de deformaciones del sistema bajo la acción de la carga asimétrica uniformemente distribuida P .

Para determinar los esfuerzos de la viga rigidizadora se debe suponer la carga original **(1)** descompuesta en dos sistemas **(2)** y **(3)**, que sumados den el estado **(1)**.

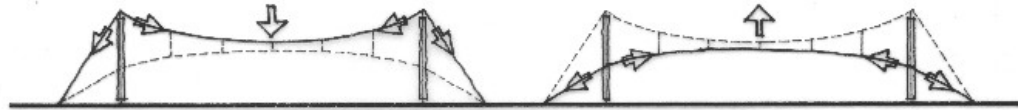
4 -Mediante pretensado.

Consiste en una rigidización mediante el concepto de tensión previa, solución que necesita introducir elementos estructurales externos a la superficie de la cubierta misma.

A)- Cables curvados de tal forma que oponen su concavidad y mantienen su posición mediante columnas flotantes que trabajan a la compresión. Este sistema debe ser rigidizado en sentido transversal para evitar el giro alrededor del eje longitudinal.



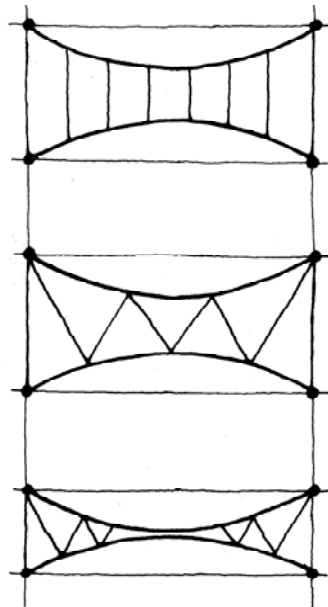
B)- Estructuras pretensadas con cables con concavidades opuestas y unidas por péndolas que trabajan a tracción.



C)- Estructuras pretensadas con cables con concavidades opuestas, mantenidas en su sitio mediante péndolas y columnas flotantes.



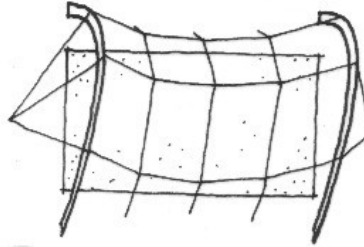
Existen distintas formas de vincular los cables:



Mediante pendolones verticales, lo cual ofrece una baja rigidez transversal lo que puede producir deformaciones horizontales en el plano

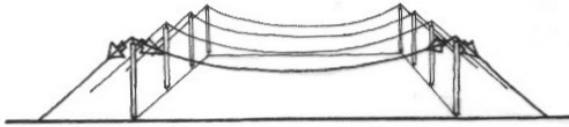
Mediante pendolones inclinados formando una triangulación, disminuye la deformación pero complica el análisis y el aspecto constructivo

5- Tensado mediante cables con diferentes curvaturas

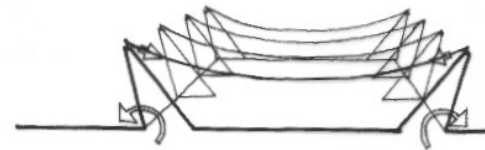


La presencia de cables con curvaturas de distinto signo permite dar tensión previa a la estructura

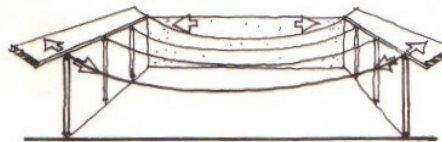
6- Sistemas de retención para cables colgantes paralelos



Cable de retención

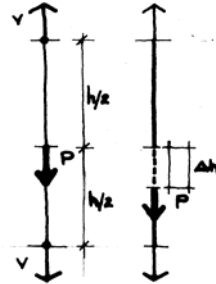


Ménsulas resistentes a flexión



Viga inclinada con paneles extremos

Consideraciones sobre el trabajo del pretensado



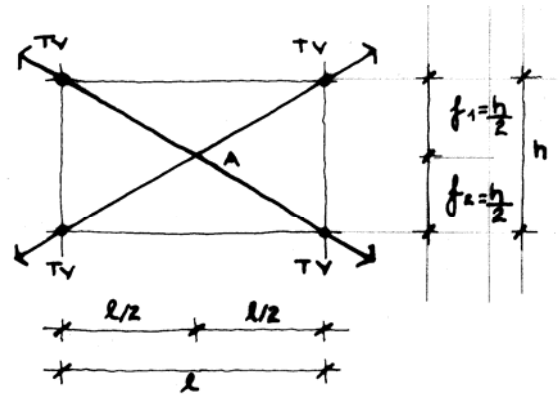
Una barra de largo h es pretensada mediante la fuerza V y se le agrega en la mitad una fuerza P .

La fuerza P carga el primer tramo (aumenta la tracción) y descarga el segundo tramo (disminuye la tracción) en iguales proporciones. Es decir que la mitad de P absorbe el tramo superior y la otra mitad descarga el tramo inferior.

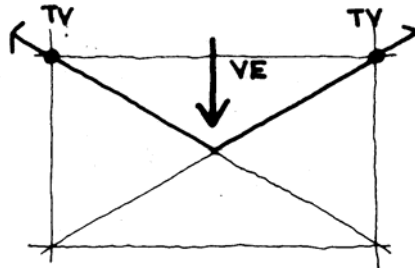
$$T_1 = V + \frac{P}{2}$$

$$T_2 = V - \frac{P}{2}$$

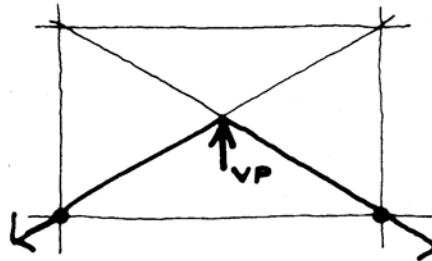
En un sistema plano, construido por un cable portante y un cable tensor, unidos en el punto A y que tienen igual sección, luz y flecha sucede lo mismo.



Un cable portante y un cable estabilizador se cargan recíprocamente mediante el pretensado.



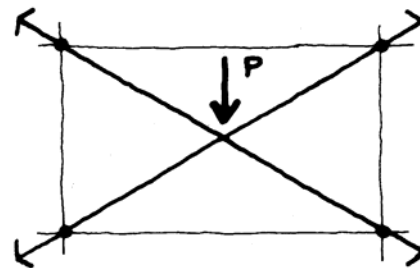
El cable portante soporta la carga V_E del cable estabilizador.



El cable estabilizador soporta la carga V_P del cable portante.

$$\sum V = 0$$

$$V_E = V_P$$



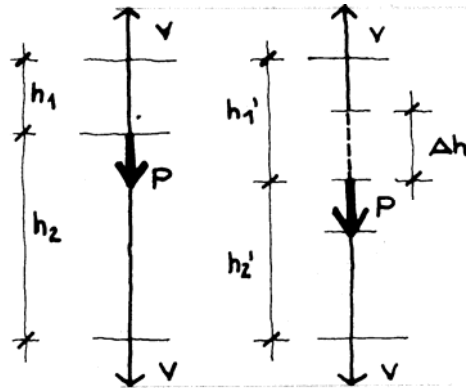
Si al sistema se lo carga con una fuerza P , el comportamiento es similar al caso anterior.

El cable portante se carga con la mitad de P .

$$C_P = V + \frac{P}{2}$$

El cable estabilizador se descarga con la mitad de P .

$$C_E = V - \frac{P}{2}$$



Si a la barra pretensada se la carga con una fuerza P fuera del punto medio, este punto se desplaza una magnitud Δh .

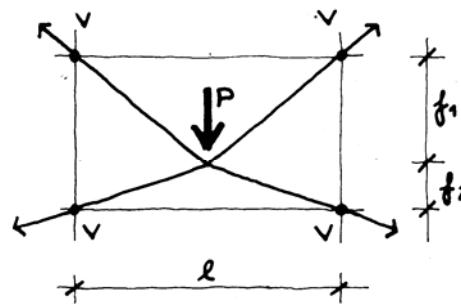
$$h_1' = h_1 + \Delta h$$

$$h_2' = h_2 - \Delta h$$

Se aplica la ley de Hooke. Una parte de P alargará h_1 un valor Δh , y otra parte de P acortará h_2 un valor Δh , o sea que P debe dividirse en dos fuerzas para que se produzca en la barra una variación de longitud Δl , tal que sumadas den el valor de P .

$$\Delta l = \frac{P \cdot l}{E \cdot F}$$

$$P_1 > P_2$$



En este caso, la mayor parte de la carga se ubica en el cable con la mayor relación $\frac{f}{l}$

$$P_1 > \frac{P}{2}$$

$$P_2 < \frac{P}{2}$$

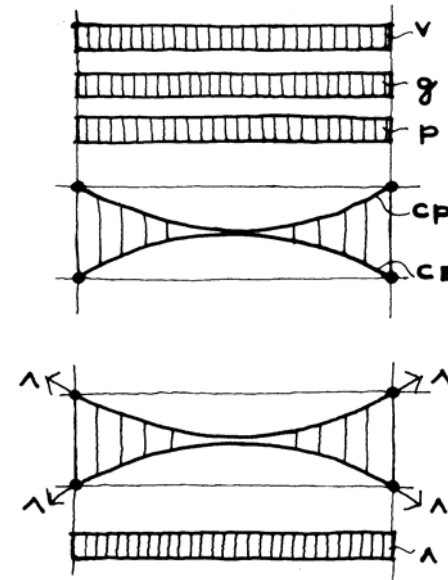
La mayor parte de la carga corresponde al cable más rígido:

- > relación flecha / luz
- > módulo de elasticidad
- > sección

Suposiciones simplificadas de cálculo:

- Igual distribución de cargas en toda la superficie.
- distribución de cargas por mitades en el cable portante y en el cable tensor.

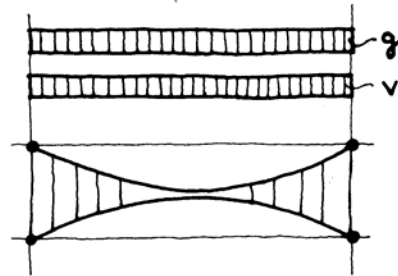
• **Distintos estados de carga que pueden presentarse.**



V = carga pretensado
 g = peso propio
 p = carga accidental variable (viento, nieve, etc.)
 C_P = cable portante
 C_E = cable estabilizador.

Estado I: actúa únicamente el pretensado.

$$C_E = V \quad C_P = V$$

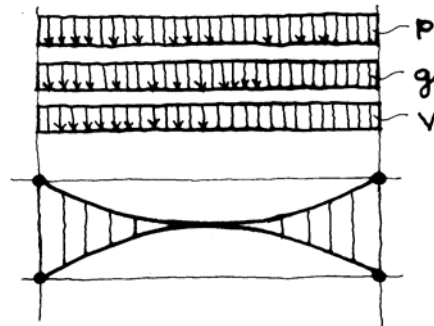


Estado II: Actúa el pretensado más el peso propio g .

La mitad del valor de g carga el cable portante y con la otra mitad descarga el estabilizador.

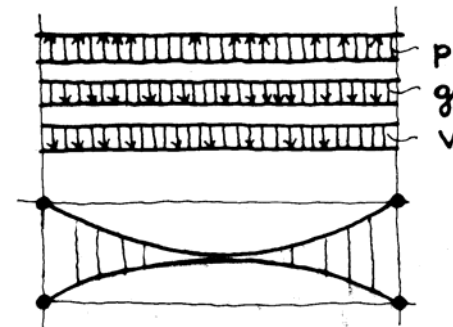
$$C_P = v + \frac{g}{2} \quad C_E = v - \frac{g}{2}$$

Estado III: pretensado + peso propio + sobrecarga



$$C_E = v - \frac{g}{2} - \frac{p}{2}$$

$$C_P = v + \frac{g}{2} + \frac{p}{2}$$



Estado IV : pretensado + peso propio + succión del viento.

Entonces, los estados de cargas más desfavorables para el dimensionado son:

$$\text{Cable portante: estado III} \quad \Rightarrow \quad C_P = v + \frac{g}{2} + \frac{p}{2}$$

$$\text{Cable estabilizador: estado IV} \quad \Rightarrow \quad C_E = v - \frac{g}{2} + \frac{p}{2}$$

- **Magnitud del pretensado**

La estabilización mediante pretensado se logra dando a los cables un estado de tensión previa suficiente, de tal modo que las cargas aplicadas no produzcan un aflojamiento del sistema.

La mayor descarga de un cable se produce en el cable estabilizador.

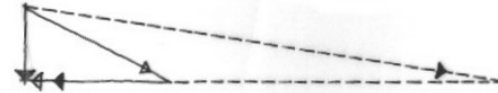
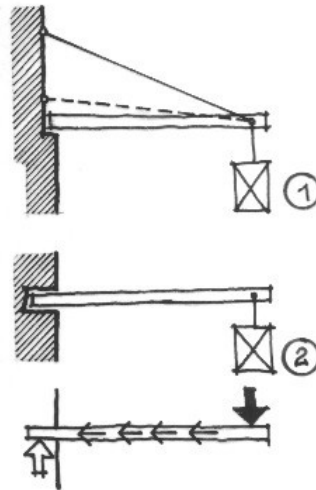
$$\text{Estado III:} \quad \Rightarrow \quad C_E = v - \frac{g}{2} - \frac{p}{2}$$

$$\text{Si} \quad v - \frac{g}{2} - \frac{p}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad v = \frac{g}{2} + \frac{p}{2}$$

No debe producirse el completo aflojamiento, por lo cual el pretensado debe ser más grande que ese valor, recomendándose un incremento de entre un 10% a 20%.

$$v = \left(\frac{g}{2} + \frac{p}{2} \right) \cdot 1,2$$

LA VIGA EN VOLADIZO



En el sistema **(1)** observamos cómo los valores de las fuerzas están influidos por las formas del mismo. Por regla general las fuerzas deben descargarse a tierra en la forma más directa posible. Curvas funiculares y arcos representan formas directas de “camino de las fuerzas”.

En **(2)** ante la imposibilidad de disponer de un sistema de fuerzas que se equilibre en forma directa, aparecen los momentos.

Las vigas de alma llena representan un rodeo mayor que las fuerzas deben realizar. Aún cuando las fuerzas sean de igual valor, paralelas y de sentido contrario no es posible disponerlas de modo que actúen sobre la misma recta de acción. Se produce entonces una rotación. El momento es eso. En casi todas las circunstancias donde se dan casos de fuerzas indirectamente equilibradas, los elementos estructurales se encuentran sometidos a esfuerzos de flexión provocados por momentos estáticos. El material y la sección del elemento estructural son los que se encargarán de proveer las fuerzas equilibrantes en cada punto de su longitud. La mayor parte de las cargas son verticales y la mayor parte de las superficies utilizables son horizontales. Las vigas son, entonces, elementos que trasladan cargas verticales en dirección horizontal mediante mecanismo de flexión. Ese mecanismo implica generalmente una combinación de flexión y corte.

Comparando vigas reticuladas con vigas de alma llena se puede apreciar que las primeras equilibran en forma directa a las fuerzas exteriores tanto de acción como de reacción con fuerzas interiores de barras. Lo hacen en forma de vectores, definidos en posición por las propias barras y cuyo valor queda determinado por el sistema reticulado en cuanto a forma y dimensiones.

Por el contrario, las vigas de alma llena a pesar de su mayor sencillez formal, requieren un mecanismo de trabajo interno menos directo y de menos fácil aprehensión.

De dicha comparación surge el justificativo de la clasificación de Engel en “*Sistemas de vector activo*” para las primeras y “*sistema de masa activa*” para las segundas.

Para el estudio del mecanismo interno de los trabajos de flexión y corte resultan muy didácticos los correspondientes gráficos de Engel.

El camino didáctico, tanto con los gráficos de Engel como con los modelos demostrativos, será siempre el del estudio de las deformaciones evidentes y la deducción a partir de ellas de los esfuerzos internos no evidentes. (recordar: de lo deformatorio a lo tensional).

Solicitaciones simples en orden de complejidad creciente y de sus respectivas deformaciones específicas.

Solicitaciones

Deformaciones

Tracción-----Alargamiento

Compresión-----Acortamiento

Corte-----Deslizamiento paralelo

Flexión-----Cambio de curvatura

Torsión-----Rotación paralela

Pandeo-----Flexión lateral causada por compresión longitudinal, con las correspondientes deformaciones

RELACIONES DIRECTAS ENTRE SOLICITACIONES Y DEFORMACIONES

Dentro del camino elástico, los alargamientos son directamente proporcionales a las tracciones y viceversa. En forma análoga sucede con la compresión y los acortamientos.

Los esfuerzos de corte se relacionan en forma directa con las deformaciones angulares que se corresponden con los desplazamientos de caras paralelas.

Los esfuerzos de flexión que producen los cambios de curvatura del eje tienen también una relación directa con las correspondientes deformaciones de curvatura, pero correctamente definidas.

Estrictamente y con carácter general, los momentos flectores no son proporcionales a las flechas de la curvatura, como lo evidencia un simple voladizo con el momento nulo en correspondencia con la flecha máxima (extremo libre) y momento máximo en correspondencia con la flecha nula (extremo empotrado).

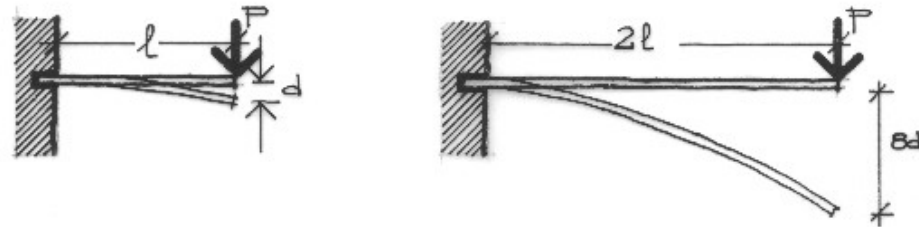
Este concepto se puede generalizar en las vigas continuas.

Los momentos flectores son directamente proporcionales a la curvatura propiamente dicha, definida como el cambio de forma del eje primitivo, generalmente recto, y medida como la inversa del radio de curvatura en cada punto: radio de curvatura mínimo, curvatura máxima, momento flector máximo; radio de curvatura ∞ , curvatura nula, momento flector nulo.

En el caso general de ejes no exclusivamente rectos, el concepto se refiere al cambio de la curvatura primitiva, supuesta sin carga.

Experimentando con un modelo se puede verificar los hechos siguientes, a constancia del resto de las variables:

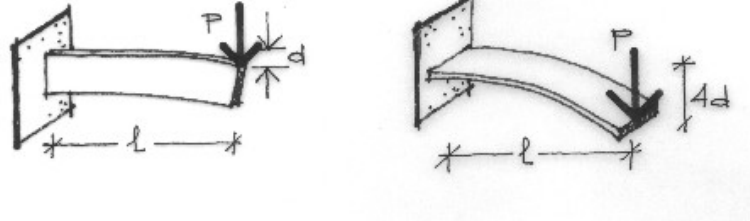
a)- Influencia de la longitud sobre la deformación.



Al duplicarse la longitud la deflexión se multiplica por ocho.

b)- Influencia de la altura y espesor sobre la deformación.

Relación de lados 1 : 2



Las deflexiones son inversamente proporcionales al lado horizontal de la sección y al cubo de su lado vertical.

c)- Influencia del material sobre la deformación.



Acero E: 2.100.000 Kg. / cm²

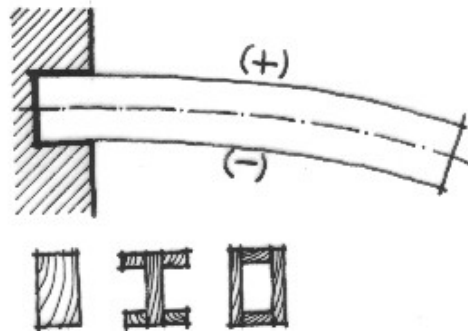
Aluminio E : 700.000 Kg. / cm²

d)- Influencia de la posición de la carga sobre la deformación.



La deflexión aumenta a medida que la carga se desplaza desde el empotramiento hasta el extremo.

e)- Influencia de la forma de la sección.



Por efecto de la flexión se producen en los bordes superior e inferior máximos alargamientos. Es obvio que allí los esfuerzos serán máximos.

Es por tanto, en los bordes, donde conviene disponer más material (por ejemplo secciones doble T o cajón).

Definiciones:

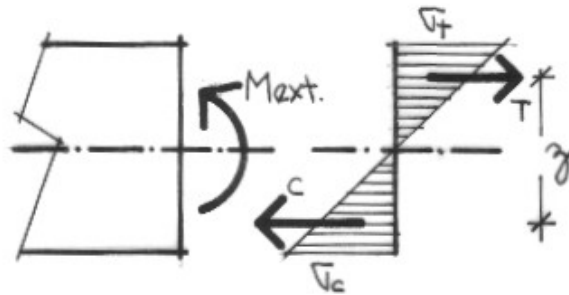
Corte: El esfuerzo de corte es igual a la suma algebraica de las fuerzas, o componentes de fuerzas, que son perpendiculares al eje del elemento estructural en cuestión, que actúan a un lado de la sección considerada.

Momento flector: Suma algebraica de los momentos estáticos de todas las fuerzas externas que actúan a un lado de la sección.

Esfuerzos internos combinados: Son los que resultan de la simultaneidad de las distintas sollicitaciones simples. Son típicas por su importancia la flexocompresión y la simultaneidad del corte que las acompaña.

MODULO RESISTENTE

Módulo resistente de la sección: Los esfuerzos de distinto signo tomados simétricamente respecto del plano medio constituyen cuplas internas de reacción, y en su conjunto, el momento interno de reacción que se opone al momento externo. Consideremos una viga de sección rectangular:



$$T = C = \sigma \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot b = \sigma \cdot \frac{b \cdot h}{4}$$

(área de cada triángulo)

$$z = h - 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{h}{2} = h - \frac{1}{3}h = \frac{2}{3}h$$

(las fuerzas C o T se ubican a 1/3 de la base)

$$T = C = \sigma \cdot \frac{b \cdot h}{4}$$

$$z = \frac{2}{3}h$$

$$M_{\text{ext.}} = M_{\text{int.}} = T \cdot z = C \cdot z$$

$$M = \sigma \cdot \frac{b \cdot h}{4} \cdot \frac{2}{3}h = \sigma \cdot \frac{b \cdot h^2}{6}$$

Si $\frac{b \cdot h^2}{6} = W$ (módulo resistente de la sección rectangular) es $M = \sigma \cdot W$

$M = \sigma \cdot W$ es la ecuación fundamental de la flexión que establece que el momento flector es igual al producto de σ (capacidad resistente del material) por el valor de W (módulo resistente), que depende de la sección en relación con el trabajo de flexión.

El producto del segundo término de la ecuación se denomina momento resistente: momento de reacción de la sección considerada de la viga frente a la acción del momento flector.

En el caso particular de la barra considerada, sección rectangular, el $W = \frac{b \cdot h^2}{6}$ expresa que es un valor

directamente proporcional al ancho b y al cuadrado de la altura h y en cuanto al denominador, el número 6, depende de la forma de la sección.

VIGAS SIMPLEMENTE APOYADAS

Se dice que una viga está simplemente apoyada cuando sus vínculos le permiten girar y dilatarse o contraerse libremente en dirección longitudinal. Esto se logra con un apoyo fijo y uno móvil correctamente dispuestos.

Las cargas actuantes sobre la viga ejercen presiones en los apoyos a las que deben oponerse las correspondientes reacciones de apoyo.

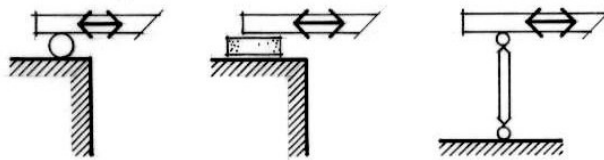
Por todo esto, en su consideración estática es fundamental el tipo, la ubicación y número de apoyos.

Recordemos:

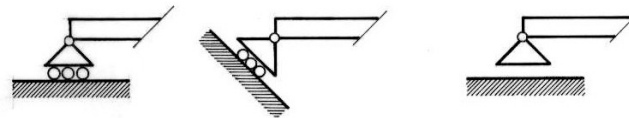
- 1- Apoyo móvil - Apoyo simple - Articulación móvil ó apoyo de articulación móvil (desplazable). Representado por rodillos que posibilitan movimientos en el sentido de su longitud (en general) y libre rotación en los extremos de la barra.

Para cualquier caso de cargas las reacciones son perpendiculares al plano de apoyo de los rodillos.

Plantea una sola incógnita: la magnitud de la fuerza.



Símbolos

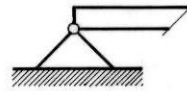


- 2- Apoyo fijo - Apoyo doble - Articulación fija ó apoyo de articulación fija (no desplazable): es el que permite rotaciones pero impide traslaciones.

De la reacción sólo se conoce su punto de aplicación desconociéndose su dirección e intensidad.

Dos incógnitas: Magnitud y ángulo de dirección o sus componentes verticales y horizontales.

Símbolo



3- Apoyo rígido o empotramiento: el que impide desplazamientos y rotaciones.

Incógnitas: Generalmente en estos apoyos se producen reacciones de fuerza y de momento que permiten distinguir tres componentes de reacción parciales.

- a- Componente vertical de fuerza o “*reacción vertical*”
- b- Componente horizontal de fuerza o “*reacción horizontal*”
- c- Momento de empotramiento.

Aunque estas tres componentes o reacciones parciales se suponen aplicadas en el centro del empotramiento este último exige una cierta longitud de empotramiento real para poder generar el momento de reacción con pares de fuerzas concentradas o distribuidas.

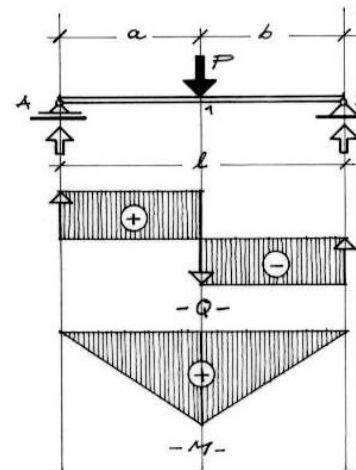
Determinación estática: Para determinar incógnitas de apoyo disponemos de

$$\Sigma V = 0 \qquad \Sigma H = 0 \qquad \Sigma M = 0$$

Una viga se llama estáticamente determinada cuando no existen más que tres reacciones de apoyo desconocidas.

La viga simple sobre dos apoyos: Interesa la determinación de reacciones, fuerzas transversales o de corte y momentos flectores como bases para el cálculo ulterior. Puede haber también fuerzas normales.

a- Carga aislada:



$$\Sigma M_B = 0 = A \cdot l - P \cdot b = 0$$

$$A = \frac{P \cdot b}{l}$$

$$\Sigma M_A = 0 = P \cdot a - B \cdot l = 0$$

$$B = \frac{P \cdot a}{l}$$

$$Q_{A-1} = A$$

El momento máximo se produce donde el esfuerzo de corte se hace cero

$$Q_{1-B} = A - P = -B$$

$$\text{Max.} M = A \cdot a = B \cdot b$$

$$\text{Máx.} M = \frac{P \cdot a \cdot b}{l}$$

Para el caso de una carga aislada en el centro ($a = b = l/2$):

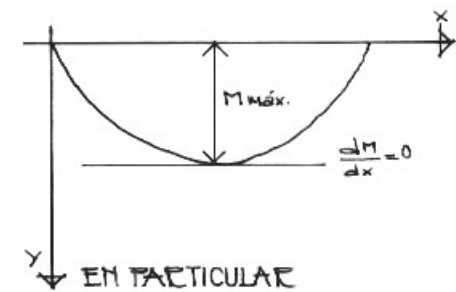
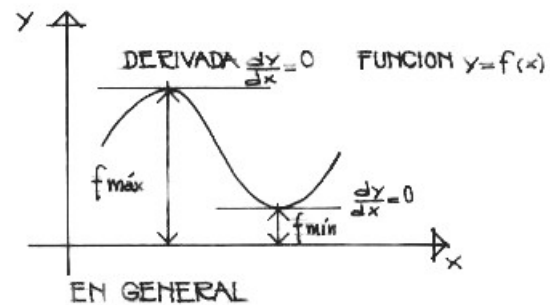
$$A = \frac{P \cdot b}{l} = P \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{l} = \frac{P}{2} = B$$

$$\text{máx.} M = \frac{P \cdot a \cdot b}{l} = \frac{P}{l} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{P \cdot l}{4}$$

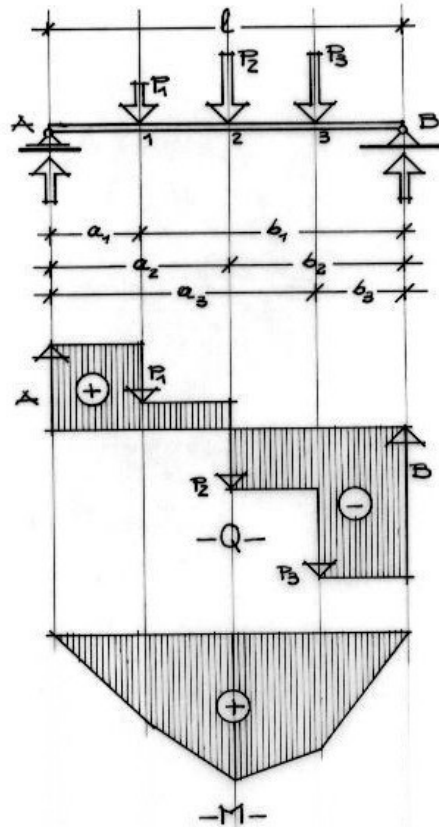
Relación entre momentos flectores y esfuerzos de corte: Matemáticamente el esfuerzo de corte es la

derivada del momento flector $\frac{dM}{dx} = Q$

En consecuencia para encontrar el punto donde se produce el momento flector máximo es de aplicación el teorema de máximos y mínimos que dice: “Una función pasa por un máximo o un mínimo donde su derivada primera se anula”.



b- Varias cargas aisladas



• Reacciones

$$\Sigma M_B = A \cdot l - P_1 \cdot b_1 - P_2 \cdot b_2 - P_3 \cdot b_3 = 0$$

$$A = \frac{P b_1 + P_2 b_2 + P_3 b_3}{l} = \Sigma \frac{P \cdot b}{l}$$

$$B = \Sigma \frac{P \cdot a}{l} \quad \text{Prueba} \quad A + B = \Sigma P$$

• Fuerzas tangenciales o de corte

$$Q_{A-1} = A \quad Q_{1-2} = A - P_1$$

$$Q_{2-3} = A - P_1 - P_2 \quad Q_{3-B} = A - P_1 - P_2 - P_3 = -B$$

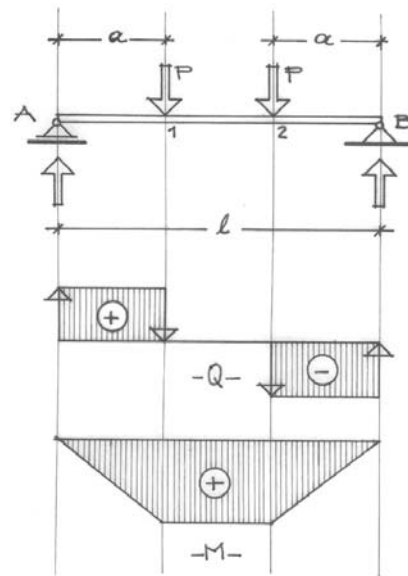
• Momentos

$$M_1 = A \cdot a_1$$

$$M_2 = M_{\text{máx.}} = A \cdot a_1 - P_1 (a_2 - a_1)$$

$$M_3 = A \cdot a_1 - P_1 (a_2 - a_1) - P_2 (a_3 - a_2)$$

Caso particular: cargas iguales y simétricas.



- **Reacciones**

$$A = B = P$$

- **Fuerzas tangenciales**

$$Q_{A-1} = A$$

$$Q_{1-2} = A - P = 0$$

$$Q_{2-B} = 0 - P = -B$$

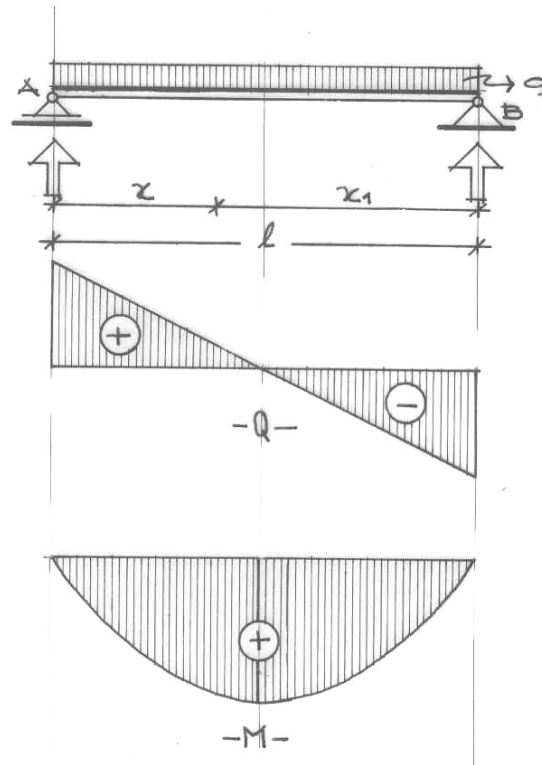
- **Momentos**

$$M_1 = M_2 = \text{máx. } M = P \cdot a$$

Resumiendo para cargas aisladas:

- 1- Fuerzas tangenciales o de corte constantes entre cargas. Cambio brusco bajo cargas. Superficie entre cargas: rectángulo.
- 2- Superficie de momentos: limitada por rectas entre cargas.

C- Carga uniformemente repartida



- Reacciones**

$$A = B = \frac{ql}{2}$$

- Fuerzas tangenciales**

$$Q_A = A = \frac{ql}{2}$$

$$Q_B = -B = -\frac{ql}{2}$$

$$Q_x = \frac{ql}{2} - qx = q\left(\frac{l}{2} - x\right)$$

- Momentos flectores**

Momento máximo en $x = l/2$

$$\text{Máx.} M = q \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{ql}{2} \cdot \frac{l}{4} = \frac{ql^2}{4} - \frac{ql^2}{8} = \frac{ql^2}{8}$$

$$M_{\text{máx.}} = \frac{ql^2}{8}$$

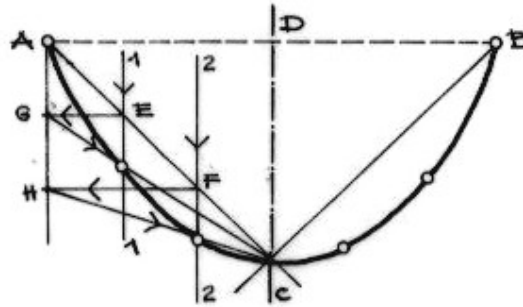
Su expresión genérica sería:

$$M_x = \frac{ql}{2} \cdot x - qx \cdot \frac{x}{2}$$

$$M_x = \frac{q \cdot x}{2} \cdot (l - x) = \frac{q \cdot x \cdot x_1}{2}$$

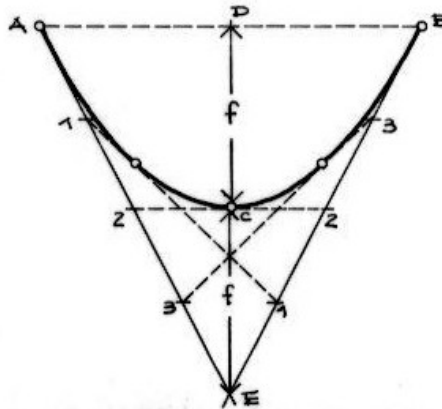
Método gráfico para la construcción de la parábola:

$$M_x = \frac{q \cdot l}{2} \cdot (l - x) = \frac{q \cdot l^2}{2} \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$



Por puntos:

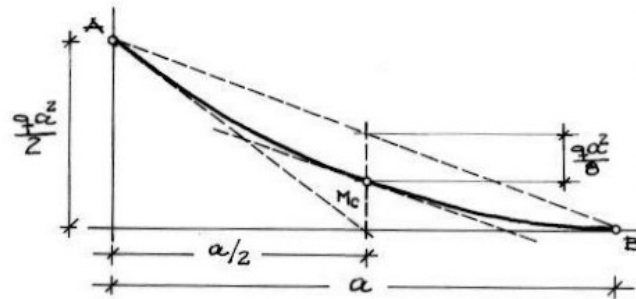
- Trazamos las cuerdas AC y BC
- Por A,B y por puntos intermedios equidistantes trazamos paralelas como 1-1 y 2-2 al eje de la parábola.
- Por E y F trazamos paralelas a AB hasta G y H intersección con la paralela al eje de la parábola trazada por A.
- Uniendo G y H con el vértice C, las intersecciones con 1-1 y 2-2 son puntos de la parábola.
- Esta construcción se puede repetir indefinidamente.
- Se puede aplicar para una cuerda de cierre AB oblicua.



Por tangentes envolventes:

- Se toma $CE = CD = f$ y se trazan AE y BE, tangentes extremas de la parábola buscada.
- La paralela a AB por C (2-2) proporciona la tangente en el vértice
- Para otras tangentes dividimos AE y BE en partes iguales uniendo 1-1, 2-2, 3-3 como se indica en la figura.
- Se obtiene de este modo una serie de tangentes envolventes de la parábola buscada.

Construcción del diagrama parabólico de momentos de una viga en voladizo:



$$M_c = \frac{q \cdot a}{2} \cdot \frac{a}{4} = \frac{q \cdot a^2}{8}$$

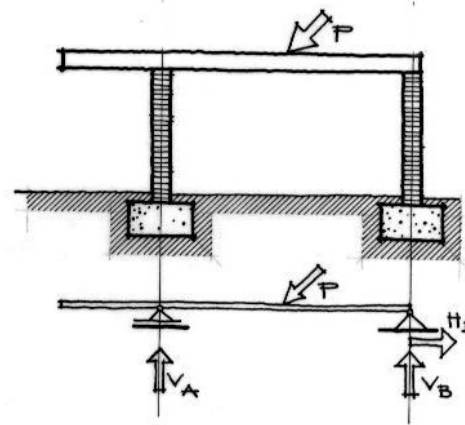
Se procede de idéntica manera a los casos ya citados pero con la cuerda de cierre AB oblicua. La pendiente de dicha cuerda está dada por $\frac{q \cdot a^2}{2} = M \text{ máx. de la viga en voladizo con carga uniformemente distribuida.}$

VIGA DE UN TRAMO CON VOLADIZOS

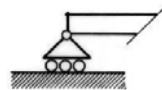
1- Definición:

Si una viga sobresale más allá de sus apoyos se llama viga de un tramo con voladizos.

2- Sistema estático:



Según el esquema estático de la figura tenemos:



Apoyo móvil $\Rightarrow$ 1 incógnita



Apoyo fijo $\Rightarrow$ 2 incógnitas

Total $\Rightarrow$ 3 incógnitas

Es un sistema con tres incógnitas y disponemos de tres ecuaciones de equilibrio:

$$\Sigma V = 0 \quad \Sigma H = 0 \quad \Sigma M = 0$$

3 Incógnitas $\Rightarrow$ 3 Ecuaciones $\Rightarrow$ Sistema Estáticamente Determinado

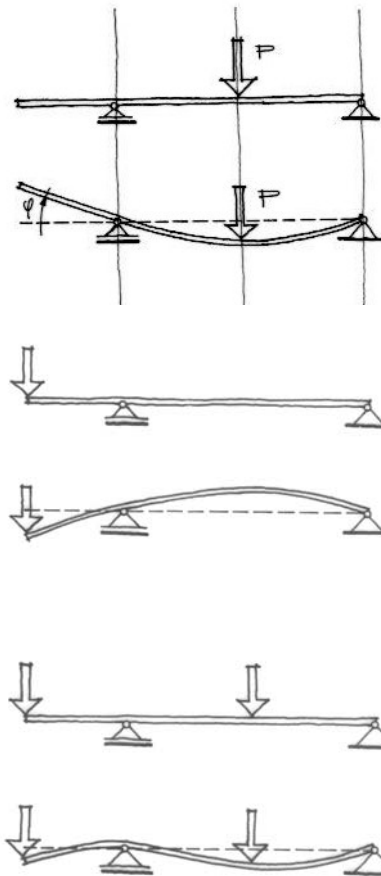
Si se intercambian los apoyos A y B el sistema sigue siendo estáticamente determinado pero cambian las reacciones de apoyo en dirección e intensidad. La componente horizontal de P encuentra su reacción en A cambiando su efecto de tracción a compresión, entre la fuerza y el apoyo fijo.

3- Comportamiento estructural:

T
O
T
A
L

⇒
3

i
n
c
ó
g
n
i
t
a
s



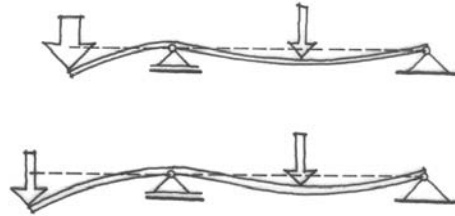
En los siguientes ejemplos no se tiene en cuenta el peso propio sólo para poder visualizar mejor la influencia del voladizo en el tramo.

a)- Sólo carga en el tramo: La carga es soportada sólo por el tramo. El voladizo no trabaja a flexión. Para el tramo, el voladizo en este caso es sólo una prolongación que acompaña su deformación en el ángulo de giro del apoyo común.

b)- Sólo carga en el voladizo: La carga es soportada por el voladizo y por el tramo. Ambos están sometidos a flexión.

Para el voladizo el tramo es siempre su empotramiento material, al cual le transmite su momento de acción. Las reacciones en los apoyos proporcionan la "cupla de reacciones de apoyo" para equilibrar el sistema.

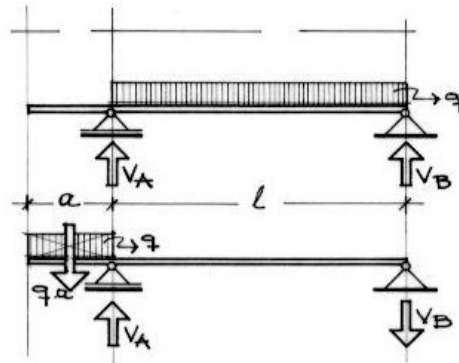
c) - Carga en el voladizo y en el tramo: Tramo y voladizo se flexan hacia abajo. La deflexión es menor que en (a).



Si se aumenta la carga o la longitud del voladizo sigue disminuyendo la flecha en el centro del tramo, pudiendo anularse y hasta invertirse (b).

La flecha en el tramo de una viga varía según el momento del voladizo M_A , siempre que el régimen de carga en el tramo sea constante.

4 – Reacciones de apoyo:



$$V_A = V_B = \frac{q \cdot l}{2}$$

Como el voladizo no está cargado, no produce efectos sobre el sistema. Es el caso de una viga simple de un tramo.

En este caso observamos que V_B debe estar dirigida hacia abajo para que la viga no se levante en B.

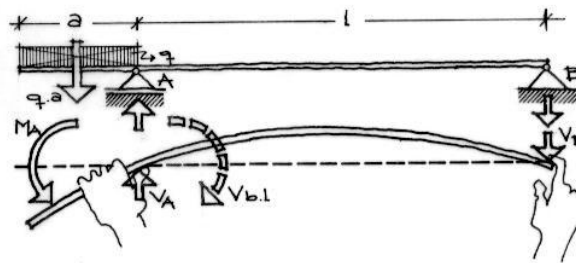
$$\Sigma M_A = q \cdot a \cdot \frac{a}{2} - V_B \cdot l = 0 \quad \therefore \quad V_B = \frac{q \cdot a^2}{2} \cdot \frac{1}{l}$$

$$\Sigma V = V_A - V_B - q \cdot a = 0 \quad \therefore \quad V_A = q \cdot a + \frac{q \cdot a^2}{2} \cdot \frac{1}{l}$$

$$\text{Si } M_A = \frac{q a^2}{2} \quad ; \text{ es } \quad V_A = q a + \frac{M_A}{l} \quad \text{y} \quad V_B = \frac{M_A}{l}$$

Este procedimiento puede explicarse con este modelo elemental.

Provocando el giro con el puño izquierdo como se indica en la figura, para evitar el desplazamiento del extremo B hacia arriba, se le carga con la fuerza V_B .



Como la barra debe estar en equilibrio, el momento $M_B \cdot l$ debe ser igual al momento M_A generado por el punto izquierdo.

$$M_A = V_B \cdot l \quad \therefore \quad V_B = \frac{M_A}{l}$$

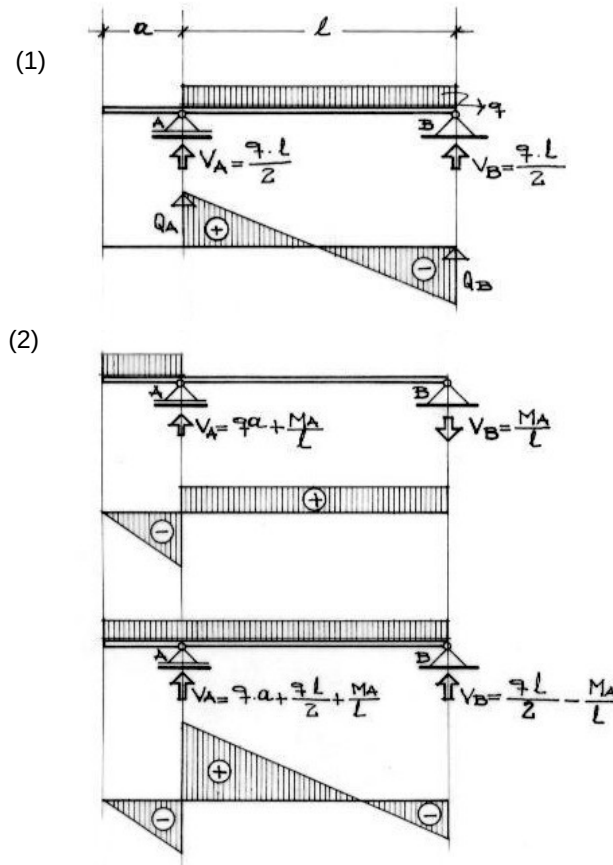
Además V_A dirigida hacia arriba debe ser igual a $q \cdot a + V_B$ que actúan en sentido contrario.

$$\uparrow V_A = \downarrow q \cdot a + \downarrow V_B$$

Resumiendo:

- La carga del tramo se reparte en los apoyos cargándolos a ambos.
- El momento del voladizo carga el apoyo contiguo y descarga el otro apoyo.
- La carga en el voladizo produce su reacción sólo en el apoyo contiguo.

5 – Diagrama de corte:



$$V_B = \frac{q.l}{2}$$

$$Q_A = V_A = \frac{q.l}{2}$$

$$Q_B = V_B = \frac{q.l}{2}$$

$$V_B = \frac{M_A}{l} \quad Q_{Ai} = qa$$

$$Q_{Ad} = \frac{M_A}{l} \quad Q_{Bi} = \frac{M_A}{l}$$

$$Q_{Ai} = qa \quad Q_{Ad} = \frac{q.l}{2} + \frac{M_A}{l}$$

$$Q_{Bi} = \frac{q.l}{2} - \frac{M_A}{l}$$

$$V_B = \frac{q.l}{2} - \frac{M_A}{l}$$

Resumiendo:

El diagrama de corte para una viga de un tramo con voladizo bajo carga repartida q , se compone de las cargas parciales:

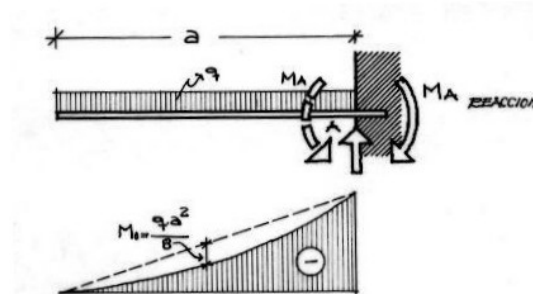
- 1 – Carga repartida q en el tramo.
- 2 – Carga repartida sólo en el voladizo.

Para el voladizo vale el diagrama sin carga en el tramo (2).

Para el tramo se desplaza el diagrama de (1) en el valor correspondiente a (2) hacia arriba, con lo que el punto cero se traslada desde el centro hacia la derecha.

6 – Diagrama de momentos:

Recordemos de la viga en voladizo:



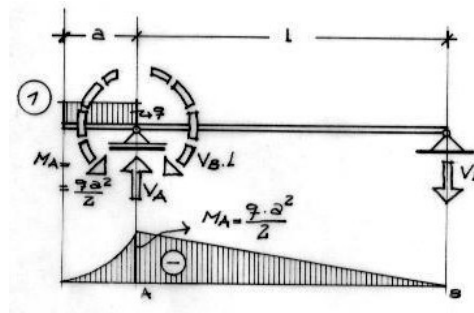
$$1) M_A = q \cdot a \cdot \frac{a}{2} = \frac{q \cdot a^2}{2}$$

2)- El diagrama de momentos es parabólico.

La carga del voladizo genera respecto de A una acción (momento) M_A .

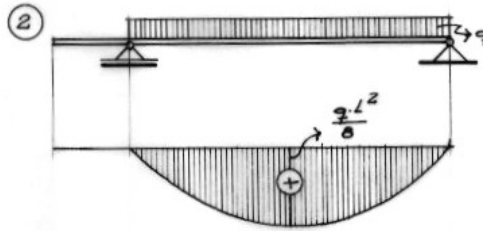
En el empotramiento aparece M_A reacción de igual magnitud y sentido contrario.

La carga vertical es equilibrada en el empotramiento por $V_A = q \cdot a$



A $M_A = q \cdot a^2 / 2$ se le opone un momento de igual magnitud y sentido inverso que sólo puede ser, en este caso $V_B \cdot l$.

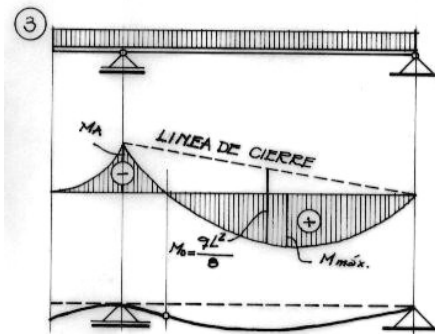
Al no aparecer otras cargas en el tramo, el diagrama de momentos varía linealmente hasta hacerse cero en B.



Ya conocemos el caso 2

$$M_{\max} = \frac{q l^2}{8}$$

n



En este caso el diagrama M se obtiene superponiendo los diagramas (1) y (2).

Los puntos de inflexión de la elástica coinciden con los puntos donde el momento es igual a cero.

En el voladizo, y hasta el punto de inflexión de la elástica de deformación, hay tracción arriba y compresión abajo. En el resto del tramo, viceversa.

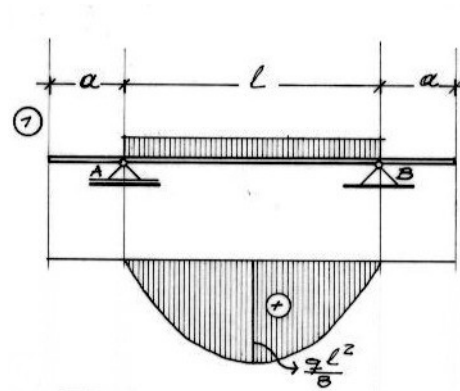
En H° A° la armadura debe recorrer las zonas traccionadas.

Resumiendo:

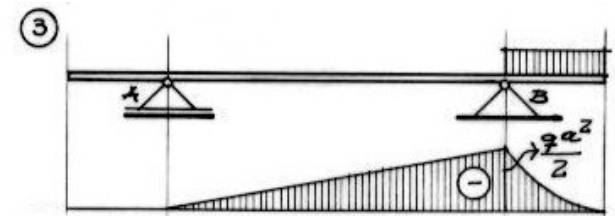
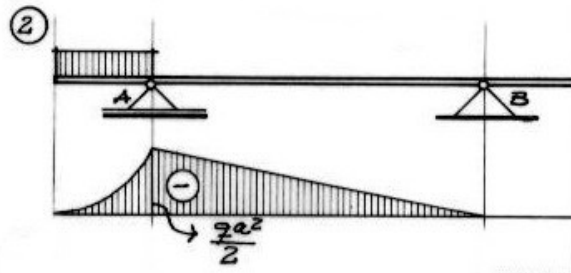
- Al cargar el voladizo se descarga el tramo (disminuyen sus M)
- Se origina un momento de apoyo (negativo) en el apoyo contiguo al voladizo.
- La viga es solicitada a tracción en las fibras superiores en el voladizo y hasta el punto de inflexión de la elástica ($M = 0$) y en las fibras interiores en el resto del tramo.

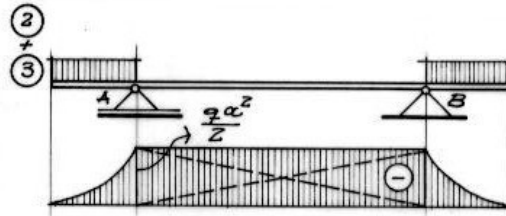
VIGA DE UN TRAMO CON DOS VOLADIZOS

La curva de momentos de una viga con dos voladizos no ofrece mayores dificultades. Se simplifica el problema parcializándolo en tres partes.



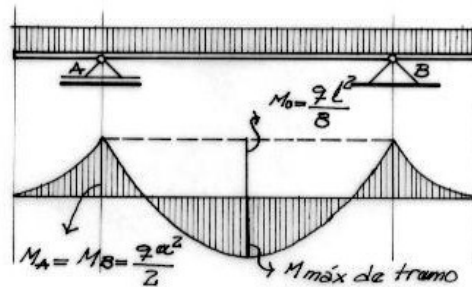
El recorrido del diagrama en (1) corresponde al de una viga de un tramo.





En (2) + (3) al no actuar otras fuerzas en el tramo, se da una recta para el diagrama de momentos. Si M_A y M_B son iguales esta recta será horizontal.

Superponiendo todos los casos:



Se obtiene así el recorrido completo del diagrama.

7- Envolvente de diagramas de momentos:

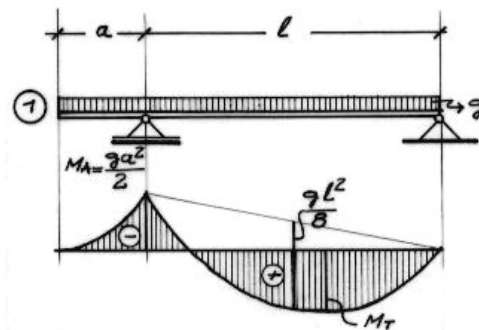
Para dimensionar una viga es preciso conocer el valor de los momentos positivos y negativos máximos que se generan en ella.

Antes de obtener estos valores, se debe conocer el régimen de cargas que lo va a generar. Para ello se dibujan los diagramas de momento para los casos decisivos.

Las cargas más usuales para este tipo de vigas son las cargas uniformemente repartidas.

E
n

(
2
)

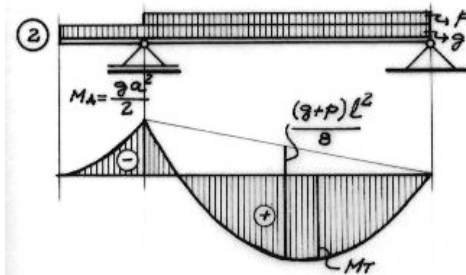


Distinguimos:

g = peso propio

p = sobrecarga útil

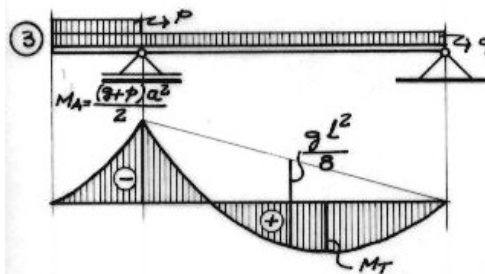
q = carga total



Con respecto a (1) para el voladizo no hay variaciones. Al aumentar la carga en el tramo se tiene un momento positivo mayor.

M_A : constante

M_T : aumenta



Al cargar el voladizo disminuye el momento positivo respecto del caso (1)

M_A : aumenta

M_T : disminuye

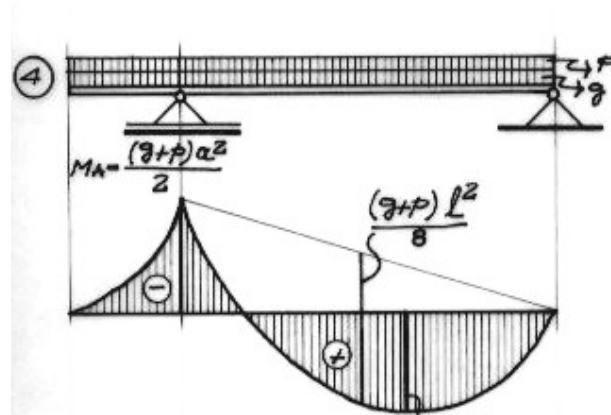
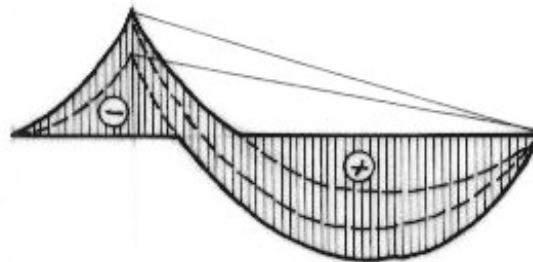


Diagrama similar al del caso (1). Los momentos en el centro del tramo y en el apoyo izquierdo son sí mayores en sus valores.

Envolvente de curvas de momentos

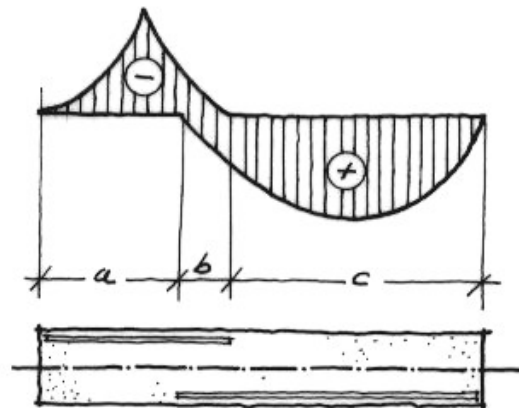


El diagrama de momentos de los casos (1) a (4) conforman el cuadro para la "envolvente de curvas de momento".

Caso 2: M_{tramo} máximo

Caso 3: M_{apoyo} izquierdo máximo.

La envolvente encierra toda la zona rayada.



Se distinguen tres zonas: a, b, y c.

Zona a) - Sólo tracción arriba (compresión abajo.)

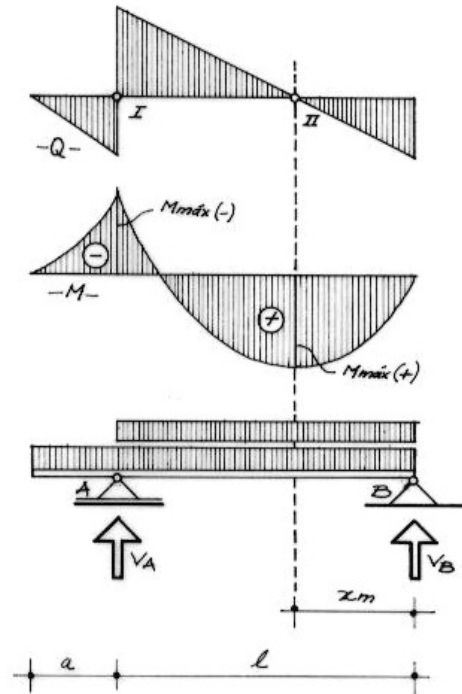
Zona b) - Tracción arriba (compresión abajo) o tracción abajo (compresión arriba).

Zona c) - Sólo tracción abajo (compresión arriba).

Todo esto tiene especial importancia para la distribución de armaduras en HºAº. La zona (b) debe llevar armadura arriba y abajo. En (a) armadura superior. En (c) armadura inferior.

8- Valores y posición de los momentos extremos.

Del cuadro de la envolvente de curvas de momentos se deduce que el caso (2) es el decisivo para el mayor momento de tramo. Es preciso determinar la posición exacta de este momento máx.. Para ello podemos recurrir a la relación que existe entre diagramas de momentos y corte.



En el punto en que el diagrama de corte cruza la línea cero se dan los valores extremos para la curva de momentos. Estos pueden ser momentos negativos máx. o momentos positivos máx.

Cuando el diagrama de corte cruza la línea cero de arriba hacia abajo, se dan los valores positivos máximos.

Si lo hace de abajo hacia arriba se dan los valores negativos máximos.

El diagrama de corte cruza dos veces la línea cero. El punto I es conocido. Se encuentra en el apoyo A.

$M_{máx.(-)}$ está en ese punto y vale:

$$M_{máx.(-)} = \frac{q \cdot a^2}{2}$$

Si se observa la viga entre II y B, se deduce que el paquete de cargas II – B deberá equilibrarse con V_B . Viniendo de la derecha (convención de signos +): $Q = -V_B + q \cdot x$

Con la condición de máx. y mín., $M_{máx.}$ se produce con: $Q = -V_B + q \cdot x_m = 0$

$$\therefore q \cdot x_m = V_B \quad \therefore \quad x_m = \frac{V_B}{q} \quad \text{Punto de corte cero y posición de } M \text{ máx.}$$

Para calcular $M \text{ máx. (+)}$ se recomienda tomar los momentos actantes a la derecha de II , por ser más simples de calcular.

$$M_x = V_B \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{x}{2} = V_B \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} \quad \text{pero } x = \frac{V_B}{q}$$

$$M_x = V_B \cdot \frac{V_B}{q} - q \left(\frac{V_B}{q} \right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{V_B^2}{q} - q \cdot \frac{V_B^2}{q^2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{V_B^2}{q} - \frac{1}{2} \frac{V_B^2}{q} = \frac{1}{2} \frac{V_B^2}{q}$$

$$\text{reemplazando } V_B \text{ da:} \quad M_x = M_{\text{máx.}} = \frac{q \cdot x_m^2}{2}$$

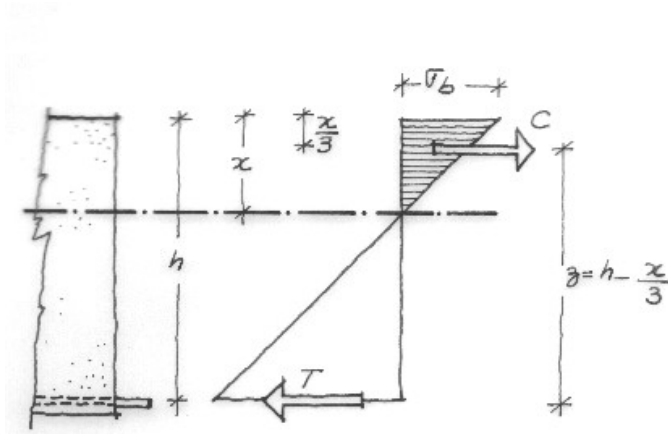
Con la figura de la elástica, equivaliendo el punto de inflexión a una articulación, en lo que a cálculo de momentos flectores se refiere, la zona del tramo comprendida entre el punto de inflexión y el apoyo derecho se comporta como una viga simplemente apoyada de luz $l_1 = 2 \cdot x_m$

$$M_{\text{máx. (+)}} = q \cdot \frac{l_1^2}{8} = \frac{q \cdot (2x_m)^2}{8} = \frac{q \cdot 4x_m^2}{8} = \frac{q \cdot x_m^2}{2}$$

FLEXIÓN EN HORMIGÓN ARMADO

Planteo del momento resistente interno (régimen elástico)

$$M_{\text{interno}} = M_{\text{externo}} = \text{Cupla interna} = C \cdot z = T \cdot z \quad \text{y} \quad C = T$$



(C) Resultante de las tensiones de compresión del hormigón

(T) Resultante de las tensiones de tracción del acero

(x) Medida variable que es función de las tensiones de trabajo adoptadas para ambos materiales.

Para construir la cupla $C = T$ por geometría es $z = h - \frac{x}{3}$

$$T = \sigma_e \cdot F_e$$

$$C = \frac{\sigma_b \cdot x}{2} \cdot b \quad \sigma_b \leq \sigma_{\text{adm}}$$

Tensiones y deformaciones

σ_{acero} es muy diferente al $\sigma_{\text{hormigón}}$

E_{acero} es muy diferente al $E_{\text{hormigón}}$

En el hormigón armado ambos materiales deben experimentar iguales deformaciones para garantizar el trabajo conjunto.

$$\text{Si } \varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad \varepsilon_{\text{acero}} = \varepsilon_{\text{Hormigón}} \quad \text{pero} \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad \therefore \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma_e}{E_e} = \varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b} \quad \therefore \quad \sigma_e = \sigma_{b(+)} \cdot \frac{E_e}{E_{b(+)}}$$

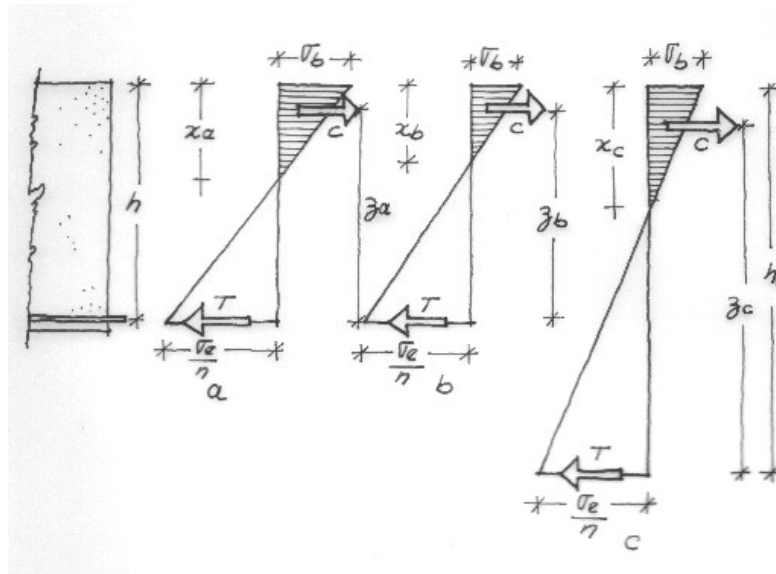
$$\text{Pero } \frac{E_e}{E_{b(+)}} = \frac{2.100.000(\text{kg/cm}^2)}{140.000(\text{kg/cm}^2)} = 15 = n$$

$$\sigma_e = 15\sigma_{b(+)} = n \cdot \sigma_{b(+)}$$

$$\sigma_{b(+)} = \frac{\sigma_e}{15} = \frac{\sigma_e}{n}$$

Construcción gráfica del diagrama tensional

Se lo hace en función de $\sigma_{b(-)}$ y de $\sigma_{b(+)} = \frac{\sigma_e}{n}$ (diagrama "homogeneizado").



El $\sigma_{b(-)}$ en el diagrama (a) es mayor que el $\sigma_{b(-)}$ en el diagrama (b), por lo que en (a) la resultante de las tensiones de compresión será mayor.

Las resultantes de compresión C y la de tracción T, multiplicadas por el brazo de palanca z constituyen una cupla resistente C. z = T. z, por lo que debe ser C = T. De acuerdo a esto si C es más grande en (a), también lo será T, o sea que en (a) hace falta mayor sección de acero que en (b). Es de hacer notar que aunque el momento admisible en (b) se ve favorecido porque z_b es un poco mayor que z_a , por la ubicación de la resultante C, el primer caso seguirá teniendo un mayor momento interno, ya que es mayor la influencia del $\sigma_{b(-)}$ que la diferencia existente entre z_b y z_a .

Aumentando la altura de la viga y manteniendo el σ_b del caso (b) se puede obtener un mayor momento interno. La resultante C en el caso (c) es ligeramente mayor que en el caso (b) por tener un mayor volumen de tensiones, pero lo fundamental es el incremento de z, brazo de la cupla interna, con lo que aumenta sensiblemente el valor de la misma.

Del análisis de estos diagramas podemos concluir que para usar aceros de mejor calidad conviene mejorar la calidad del hormigón.

Cálculo de valores para el dimensionado

A partir de las fuerzas que aparecen en el diagrama tensional se deducen las expresiones que nos servirán para determinar la altura de la sección y la armadura. Con estos dos valores tenemos resuelto el problema del dimensionado.

La fuerza C, es la resultante de las tensiones de compresión y se la determina en base al cálculo del volumen del sólido de tensiones correspondiente

$$C = \frac{1}{2} \cdot b \cdot x \cdot \sigma_b$$

El momento interno estará dado por $M = C \cdot z = \frac{1}{2} b \cdot k_x \cdot k_z \cdot h^2 \cdot \sigma_b$ con $x = k_x \cdot h$ $z = k_z \cdot h$

Definiendo un coeficiente k_2 en función de las variables que aparecen obtenemos que $h = k_2 \sqrt{\frac{M}{b}}$

La fuerza T es la resultante de las tensiones de tracción y al momento interno también se lo puede expresar en función de ella: $M = T \cdot z$

Entonces $T = \sigma_e \cdot F_e = \frac{M}{z}$ de donde deducimos que $F_e = \frac{M}{\sigma_e \cdot z}$

De igual manera, sabiendo que $T = C$

$$\frac{1}{2} \sigma_b \cdot x \cdot b = F_e \cdot \sigma_e \quad \therefore \quad F_e = \frac{1}{2} \frac{\sigma_b}{\sigma_e} \cdot k_x \cdot h \cdot b$$

Si llamamos $\frac{1}{2} \frac{\sigma_b}{\sigma_e} \cdot k_x = \frac{1}{k_4}$ es $F_e = \frac{b \cdot h}{k_4}$

También podemos determinar la armadura con la siguiente expresión $F_e = \frac{k_3 \cdot M}{h}$

Para determinar el momento admisible, que sería el caso de una verificación:

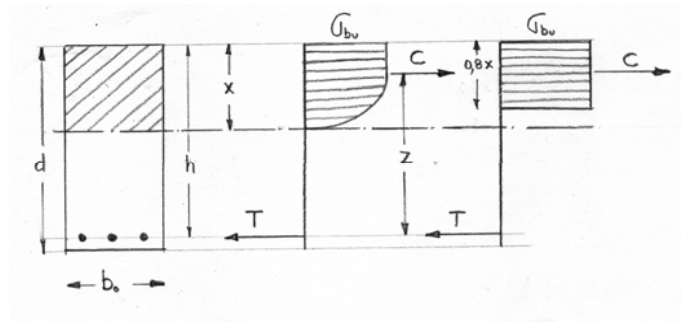
$$M = C \cdot z = \frac{\sigma_b \cdot x}{2} \cdot b \cdot k_z \cdot h = \frac{\sigma_b \cdot k_x \cdot h}{2} \cdot b \cdot k_z \cdot h = \frac{1}{2} \sigma_b \cdot h^2 \cdot k_z \cdot k_x \quad \text{y llamando} \quad \frac{\sigma_b \cdot k_z \cdot k_x}{2} = \frac{1}{k_6}$$

$$M = \frac{b \cdot h^2}{k_6}$$

Para el dimensionado en H° A° según la teoría elástica usaremos las tablas del libro de Hormigón Armado de Benno Löser.

Planteo del momento resistente interno (régimen plástico)

La distribución de tensiones del hormigón en régimen plástico deja de ser lineal y pasa a ser parabólico rectangular. A modo de simplificación se considera una distribución rectangular equivalente, que posee una altura igual a 0,8 veces la profundidad del eje neutro (x).



Comparando esta distribución de tensiones con la de la teoría elástica, podemos ver que en la misma la tensión de hormigón adoptada sólo es alcanzada en la parte superior, mientras que en la teoría plástica la tensión adoptada llega hasta una profundidad igual a 0,8 x . Esto se traduce en un mayor volumen de tensiones, en un mayor valor de C y por lo tanto en un mejor aprovechamiento de la capacidad portante del hormigón y en la obtención de secciones de menores dimensiones. Todo esto, siempre y cuando el material esté comportándose bajo el régimen plástico.

La expresión del momento interno correspondiente será la misma:

$$M_{\text{interno}} = M_{\text{externo}} = \text{Cupla interna} = C \cdot z = T \cdot z$$

Cálculo de valores para el dimensionado

Mediante un análisis de fuerzas análogo al realizado para el caso de la teoría elástica, se obtienen las expresiones para el dimensionado, que en el caso de la flexión simple son muy similares a las obtenidas en la teoría elástica.

Así, para obtener la altura de la sección se usa la siguiente expresión:

$$h = k_h \sqrt{\frac{M}{b}}$$

Y para la armadura:

$$F_e = k_e \cdot \frac{M}{h}$$

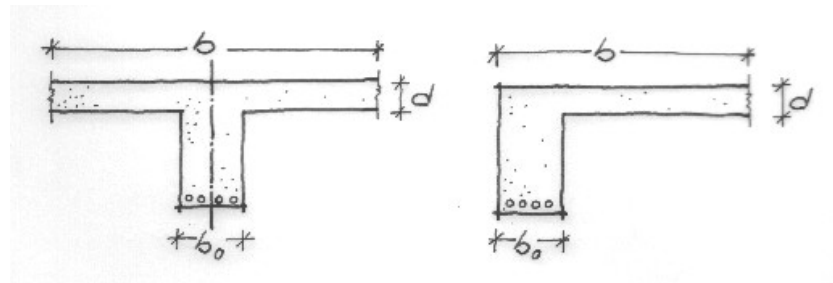
El coeficiente k_h constituye un indicador para saber hasta que punto está solicitada la sección, y el coeficiente k_e nos indica el grado de aprovechamiento de la capacidad portante del hormigón y del acero.

Para el dimensionado se usarán las tablas numéricas denominadas Tablas k_h .

VIGAS PLACA CON ARMADURA SIMPLE (régimen elástico)

Las vigas placas constituyen las más importantes de las formas de secciones de vigas de Hº Aº. En ellas, el monolitismo del hormigón, permite la colaboración de la losa con la viga. El ancho útil o colaborante b de la losa es mayor que el ancho b_0 del nervio que contiene la armadura F_e .

Anchos máximos de placa para dimensionar y para verificación de tensiones



$$b_{\text{máx}} = 12d + b_0$$

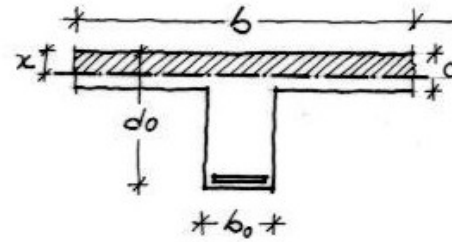
$$b_{\text{máx}} = 4,5d + b_0$$

Cuando se trata de vigas sobre grandes luces y de mucha altura conviene verificar exactamente la zona de losa que puede colaborar.

En el cálculo de vigas placa pueden darse dos situaciones bien diferenciadas:

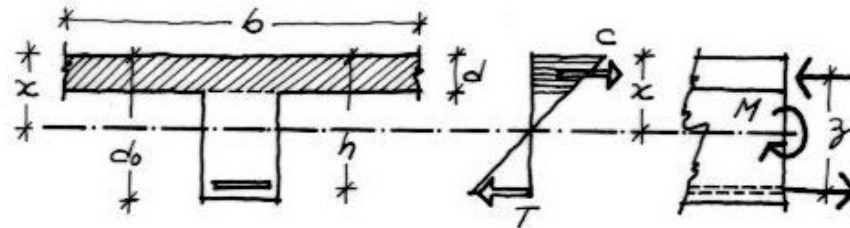
- 1) - El espesor de la losa es igual o mayor que la altura x de la zona de compresión.
- 2) - El espesor de la losa es menor que x .

Caso (1): En este caso estaríamos en presencia de una viga de sección rectangular de ancho b . Pero como se considera que el hormigón no colabora a la tracción, eliminamos hormigón de la zona traccionada y dejamos sólo un nervio de ancho b_0 en el que distribuimos la armadura Fe .



Por el hecho de ser en realidad una viga de sección rectangular de ancho b , el dimensionado de vigas placa para $d \geq x$ se efectúa con la tabla de coeficientes k para secciones rectangulares.

Caso (2): Se desprecian las tensiones de compresión en el nervio. En este caso el dimensionado de vigas placas se hace con las tablas para vigas placa en las que se entra con el coeficiente φ y se obtienen los coeficientes i_3 , i_4 e i_6 que permiten las siguientes soluciones:



α) - Datos: espesor d , altura h y momento M . Se adopta σ_e y σ_b
Se calcula:

$$\varphi = \frac{d}{h} \quad F_e = \frac{i_3 \cdot M}{h} \quad \text{ó} \quad F_e = \frac{b \cdot h}{i_4}$$

$$b = \frac{i_4 \cdot F_e}{h} = \frac{i_6 \cdot M}{h^2} \quad z = \frac{h}{i_3 \cdot \sigma_e} = \frac{M}{F_e \cdot \sigma_e}$$

La solución es aplicable si b no sobrepasa los límites establecidos. Caso contrario se debe aumentar σ_b .

β) - Datos: b, d, y h. Se adopta σ_e y σ_b

Se calcula: $\varphi = \frac{d}{h} \quad M = \frac{b \cdot h^2}{i_6} \quad F_e = \frac{i_3 \cdot M}{h} = \frac{b \cdot h}{i_4}$

γ) - Datos: b, d, y M. Se adopta σ_e y σ_b

Se calcula: h, Fe y z

Se fija por apreciación φ , se lee i_6 y se obtiene $h = \sqrt{\frac{i_6 \cdot M}{b}}$

Se repite el cálculo con φ más ajustado y con i_6 corregido.

Finalmente Fe y z con las fórmulas ya presentadas.

La ventaja que presentan las secciones de vigas que se comportan como viga placa, con respecto a las rectangulares, es que pueden soportar el momento solicitante con una menor altura. Esto tiene como contrapartida que aumenta el valor de las resultantes de tracción y compresión y por lo tanto se deberá trabajar con materiales de mejor calidad o con mayor sección en el caso del acero.

Por ese motivo, en el cálculo de vigas placas se utilizarán únicamente en casos excepcionales el ancho máximo admitido para la zona comprimida (b = ancho de placa) y la tensión de compresión σ_b máxima admisible para el hormigón, porque la altura útil resultaría demasiado pequeña y la armadura de tracción F_e demasiado grande.

Se aconseja el empleo de la máxima tensión σ_b admisible del hormigón con un ancho b de placa reducido.

El recubrimiento con hormigón de los estribos deberá alcanzar un espesor de 1,5 cm, y en estructuras a la intemperie un mínimo de 2 cm.

Para asegurar la unión entre la zona comprimida y la traccionada de las vigas y vigas placas se deberán colocar siempre estribos de hierro redondo que abarquen toda la altura de aquellas.

RÉGIMEN ELÁSTICO Y RÉGIMEN PLÁSTICO

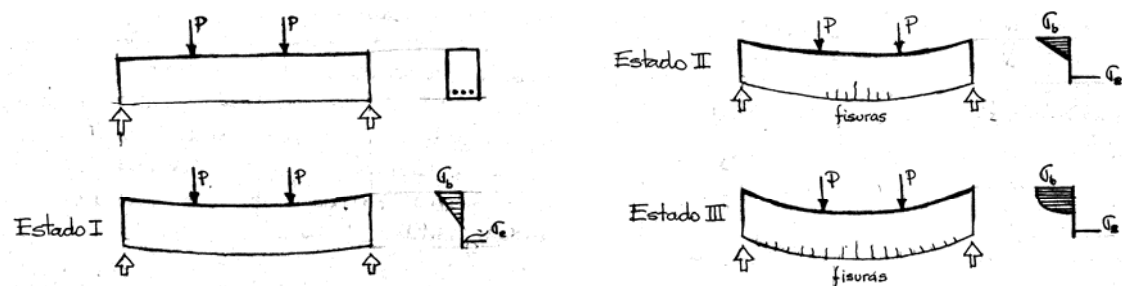
Dimensionado en hormigón armado

El dimensionado comprende no sólo evitar el colapso de una estructura, sino también que ésta se mantenga en buenas condiciones de servicio durante toda su vida útil. Esto implica tener en cuenta una serie de circunstancias como la variabilidad de las cargas y de las características resistentes de los distintos materiales, deficiencias constructivas, fallas humanas, etc.

En el caso del hormigón armado recordemos que es un material de construcción heterogéneo por excelencia. Sus componentes, acero y hormigón, deben trabajar conjuntamente superando las claras e importantes diferencias de comportamiento estructural que presentan, individualmente considerados. El acero, material homogéneo e isótropo de composición constante por controles de proceso industrial de fabricación y con clara y confiable tipificación de calidades. El hormigón, material homogéneo pero anisótropo, cuya calidad real depende no sólo de supuestos teóricos sino también de condiciones prácticas de realización cuyos controles están lejos de los de un estricto proceso industrial, al menos para las estructuras hormigonadas “*in situ*”, que siguen representando el mayor porcentaje de la utilización del material.

Todo esto habla de una cierta inseguridad en el dimensionado lo que lleva al uso de coeficientes de seguridad cuyos valores dependerán del “aviso” que da la estructura de su rotura mediante fisuras bien visibles. De acuerdo a esto podemos decir que las estructuras solicitadas predominantemente a la flexión darán aviso de su rotura mediante fisuraciones, mientras que las sometidas a esfuerzos de compresión fallarán en forma brusca, sin dar aviso de su inminente rotura por lo que le corresponderán coeficientes de seguridad más elevados.

Analizando una viga de un tramo simplemente apoyada de $H^o A^o$ bajo la acción de dos cargas puntuales, distinguimos tres estados a medida que se incrementan las cargas. El ESTADO I corresponde al caso en el que las tensiones de tracción son pequeñas y pueden ser absorbidas por el hormigón sin fisurarse, existiendo una relación lineal entre tensiones y deformaciones para ambos materiales.



Al aumentar la carga, aparecerán fisuras en la zona traccionada del hormigón. Se admite para esta situación que las tensiones de compresión en el hormigón y de tracción en el acero están en relación lineal con las deformaciones y se considera que el hormigón no absorbe tensiones de compresión. Este estado se llama ESTADO II.

Incrementando aún más la carga se alcanza el límite de resistencia a la flexión de la viga y la relación de tensiones y deformaciones en ambos materiales ya no es lineal. Estamos en presencia del ESTADO III.

El método elástico de dimensionado se basa en el ESTADO I y II y el método de dimensionado en régimen plástico se basa en el ESTADO III.

Dimensionado en régimen elástico – Método elástico o clásico

- Se determinan las solicitaciones sobre la base de las cargas máximas de servicio
- Es válida la ley de Hooke, es decir, existe proporcionalidad entre tensiones y deformaciones.
- Las secciones se mantienen planas aún después de la deformación (Hipótesis de Bernoulli)
- Se trabaja con un módulo de equivalencia $n = \frac{E_e}{E_a}$ cuyo valor medio para cargas permanentes es igual a

15

- Se considera que el hormigón no absorbe esfuerzos de tracción.
- Se dimensiona de modo tal que las máximas tensiones en el hormigón y en el acero no superen las tensiones admisibles, que resultan de dividir las resistencias obtenidas en ensayos por un coeficiente de seguridad que sólo tiene en cuenta las incertidumbres del material. La tensión admisible sólo es alcanzada en el borde superior de la sección.

Para el hormigón armado se toma en cuenta la relativa gran dispersión de las tensiones de rotura entre el hormigón real de la estructura y el supuestamente equivalente hormigón de las probetas. Por la influencia que tiene en los ensayos la forma de las probetas, el valor del coeficiente debe fijarse en estricta referencia a éstas, por ejemplo con el procedimiento alemán clásico, probetas cúbicas de 20 cm. de lado, coeficiente de seguridad igual a tres.

$$\sigma_{badm} = \frac{\sigma_{rotura}}{\gamma_b} \quad \text{con} \quad \gamma_b = 3$$

Para el acero el coeficiente de seguridad cubre clásicamente contra la fluencia real de las armaduras.

El coeficiente de seguridad, aproximadamente igual a 1,7, es inferior al adoptado para el hormigón por la constancia del material garantizada por los controles industriales de fabricación.

$$\sigma_{eadm} = \frac{\sigma_e \text{fluencia}}{\gamma_e} \quad \text{con} \quad \gamma_e \cong 1,75$$

Este método presenta ciertos criterios que pueden no corresponderse con lo que sucede en realidad. La curva tensión – deformación del hormigón no es lineal y depende de muchos factores; el coeficiente de equivalencia n es un valor muy difícil de precisar pues depende, entre otras cosas, de la duración de la aplicación de las cargas, tipo de sollicitación, calidad del hormigón, etc. El hecho de suponer que la tensión admisible sólo es alcanzada en el borde superior de la sección tampoco se cumple tal cual.

En pocas palabras este método conduciría a resultados adecuados si para la totalidad de las sollicitaciones y tipos de estructuras la tensión tuviera un comportamiento lineal hasta llegar a la rotura.

Todo esto no implica suponer como erróneo el método elástico, pues éste tiene en cuenta un estado por el cual pasan todas las estructuras durante el proceso de carga. Es muy probable que para estructuras de poca envergadura bajo la acción de cargas consideradas normales su comportamiento se encuadre dentro de este límite y sean válidos los principios enunciados anteriormente. Además sirve para el conocimiento de los fundamentos del cálculo y dimensionado de estructuras de hormigón armado.

Dimensionado en régimen plástico – Método plástico o de rotura

Este método está basado en un concepto más racional de la seguridad y tiene en cuenta un comportamiento de los materiales más cercanos a la realidad.

Sus fundamentos son:

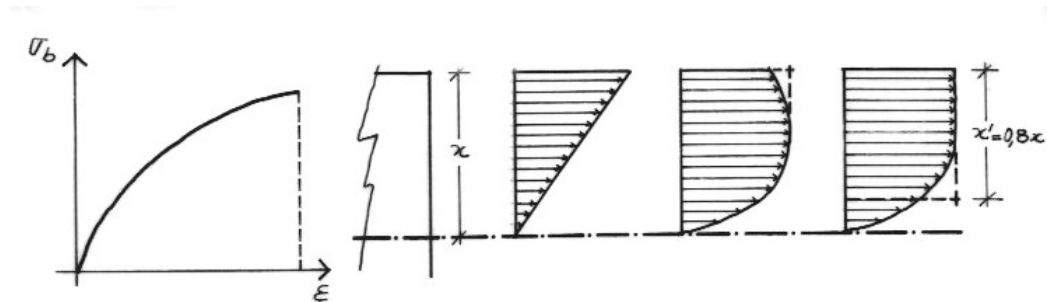
- El proceso de cálculo consiste en determinar las sollicitaciones últimas que producirán el agotamiento de la pieza.
- La relación entre tensiones y deformaciones en el hormigón se rige por una ley de variación no lineal
- Es válida la hipótesis de Bernoulli
- El coeficiente de equivalencia n será variable
- No se considera la colaboración del hormigón para soportar esfuerzos de tracción
- Para el dimensionado se utilizan las resistencias de cálculo del hormigón y del acero que se obtienen de las tensiones características de los mismos

- Las tensiones características resultan del ensayo de un determinado número de probetas de ensayo y sus valores son aquellos para los cuales sólo el 5% de todos los valores son inferiores a ellos

Las solicitaciones últimas se obtienen multiplicando las cargas de servicio por un coeficiente de seguridad y sobre la base de eso se determinan las solicitaciones últimas. El valor del coeficiente de seguridad variará según si la estructura da “aviso” de su rotura mediante fisuras visibles o no, en otras palabras, dependerá del tipo de solicitación a la que esté sometida.

Para la distribución de tensiones en el hormigón, en régimen plástico, se adopta un diagrama que está constituido en parte por una parábola seguido de un recta. Esta diagrama de distribución de tensiones se denomina diagrama parábola rectángulo.

En él se ha tenido en cuenta el comportamiento elasto – plástico del material y se puede ver que la tensión máxima, a diferencia con el método elástico, no sólo aparece en el borde superior sino que permanece constante en todo un sector de la sección comprimida. Esto sucede porque al entrar en fluencia el hormigón sigue conservando su capacidad resistente a compresión con un valor casi constante que no aumenta con las nuevas sobrecargas que, por el contrario, si incrementan los momentos flectores en la sección, que van produciendo una profundización de la fluencia de las fibras internas del hormigón hasta alcanzar como límite la línea neutra.



Este diagrama parabólico rectangular de distribución de tensiones se simplifica a un rectángulo con la tensión de cálculo y con una altura igual a $0,8 x$, siendo x la profundidad del eje neutro. Con esta suposición se simplifica el proceso y se obtienen resultados satisfactorios.

Actualmente está siendo sometido a su aprobación, para su posterior puesta en vigencia, un nuevo reglamento para el dimensionado del hormigón armado, que si bien sigue teniendo en cuenta los diagramas tensionales del método de rotura recientemente mencionados se basa en las normas americanas. Estas

normas difieren en muchos aspectos con la alemana, en la cual se basan tanto el método elástico como el plástico.

En este nuevo reglamento, el criterio es utilizar cargas mayorizadas con coeficientes, de tal manera que haya poca chance de que las cargas previstas sean superadas; y resistencias de materiales minorizadas por otros coeficientes para asegurarse que esos valores de tensión serán alcanzadas efectivamente por los materiales utilizados.

TENSIONES DE CORTE ORIGINADAS POR LA FLEXIÓN

Al estudiar vigas se destacó que las dimensiones necesarias de las secciones, para poder soportar las cargas actuantes, se deciden en función de los momentos flectores (M) producidos por ellas. Estos momentos externos deben ser equilibrados por las cuplas internas de reacción generadas por el material de la pieza estructural.

La otra acción externa de las cargas actuantes, el esfuerzo de corte Q, produce deslizamientos verticales y horizontales (tangenciales y normales a la sección) que deben ser equilibrados por los esfuerzos internos de corte τ (kg /cm²).

Los esfuerzos de corte verticales (tangenciales) tienden a desplazar dos secciones muy próximas. A esta acción se opone τ_v restableciendo el equilibrio.

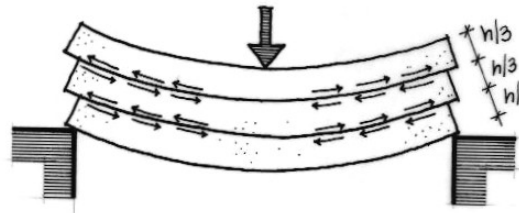
$$Q = \tau_v \cdot b \cdot h \quad \therefore \quad \tau_v = \frac{Q}{b \cdot h} \quad \left(\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right)$$

b . h es el área de la sección

τ_v resulta un valor promedio para toda la sección.

En la viga de simple apoyo con carga uniformemente distribuida sus mayores esfuerzos de corte se dan en las proximidades de los apoyos.

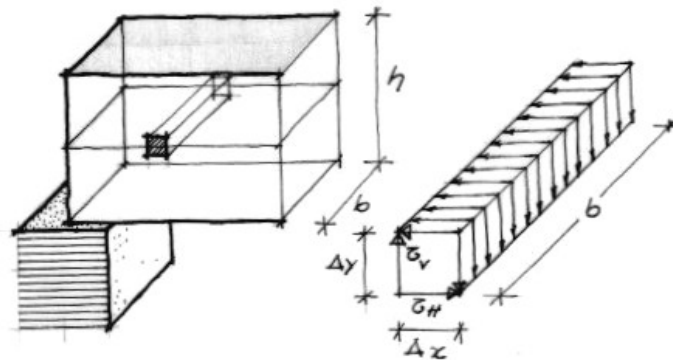
Esfuerzos de corte según planos horizontales



Suponemos una viga formada por tres elementos superpuestos. Los elementos superior e inferior tienden a deslizarse respecto del intermedio.

Cuando la viga está formada por una sola pieza de altura h esta tendencia a deslizamientos horizontales relativos sigue presente y como consecuencia aparecen en cada plano horizontal tensiones cortantes para evitar el deslizamiento de la parte superior respecto de la inferior o viceversa. En cada punto de la viga aparecen por tanto, además de la tensión normal, dos tensiones de corte, una vertical (τ_v) y otra horizontal (τ_h).

Relación entre τ_v y τ_h



En una viga simplemente apoyada consideramos un prisma situado en su plano neutro para que esté libre de tensiones normales.

En las caras verticales actuarán tensiones cortantes τ_v y en las caras horizontales tensiones cortantes τ_h .

Se supone, por su proximidad, que las tensiones verticales son iguales entre sí y de sentido contrario. Lo mismo ocurre con las horizontales.

$\tau_v \cdot b \cdot \Delta y$ representa la fuerza de corte que actúa en cada cara vertical del pequeño prisma. Entre sí son iguales, paralelas y de sentido contrario y forman en conjunto una cupla horaria, cuyo valor es:

$$(\tau_v \cdot b \cdot \Delta y) \Delta x$$

Con las caras horizontales ocurre algo similar generándose una cupla antihoraria:

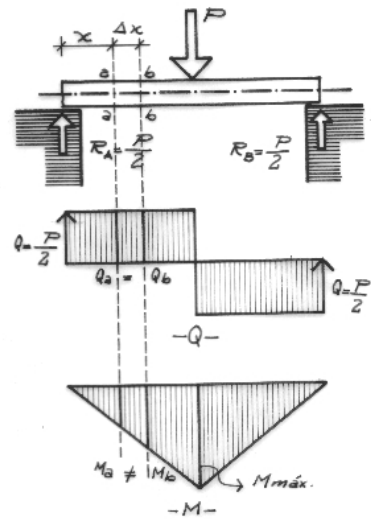
$$(\tau_h \cdot b \cdot \Delta x) \Delta y$$

El equilibrio exige que ambas cuplas sean iguales.

$$(\tau_v \cdot b \cdot \Delta y) \Delta x = (\tau_h \cdot b \cdot \Delta x) \Delta y \quad \therefore \quad \tau_v = \tau_h$$

Los esfuerzos de corte verticales y horizontales tienen por tanto el mismo valor.

Determinación de τ en una sección rectangular



$$Q_a = Q_b$$

$$M_a = R_A \cdot x \quad M_b = R_A (x + \Delta x)$$

$$M_b = R_A \cdot x + R_A \cdot \Delta x$$

$$R_A = Q = \frac{P}{2} = \text{constante}$$

$$M_a = Q \cdot x \quad M_b = Q \cdot x + Q \cdot \Delta x$$

$$M_b - M_a = \Delta M = Q \cdot x + Q \cdot \Delta x - Q \cdot x$$

$$\Delta M = Q \cdot \Delta x \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{\Delta M}{\Delta x}$$

La variación del momento flector entre dos secciones es directamente proporcional al esfuerzo de corte (Q) por el brazo que separa a las dos secciones.

El valor del esfuerzo de corte es la relación entre las variaciones del momento flector y las variaciones de la luz.

Observación: Dada la igualdad, a partir de ahora se llamará τ a las tensiones cortantes internas. Como caso particular, denominaremos τ_0 a las tensiones máximas que se originan en el plano neutro de la viga.

- Suponemos que la viga es de un material resistente por igual a tracción y a compresión
- Aislamos el trozo de la viga limitado por las secciones a-a y b-b
- De a-a hasta b-b el momento flector aumenta

$$M_a = C_a \cdot z = T_a \cdot z \quad M_b = C_b \cdot z = T_b \cdot z \quad (\alpha)$$

($T_b - T_a$) o bien ($C_b - C_a$) tienden a producir el deslizamiento relativo entre las dos mitades de la viga.

Llamamos H al esfuerzo rasante: $H = T_b - T_a = C_b - C_a$

Restando miembro a miembro en (α)

$$M_b - M_a = C_b \cdot z - C_a \cdot z = z (C_b - C_a) \quad \Rightarrow \quad \Delta M = H \cdot z \quad \text{pero también} \quad H = \tau_0 b \Delta x$$

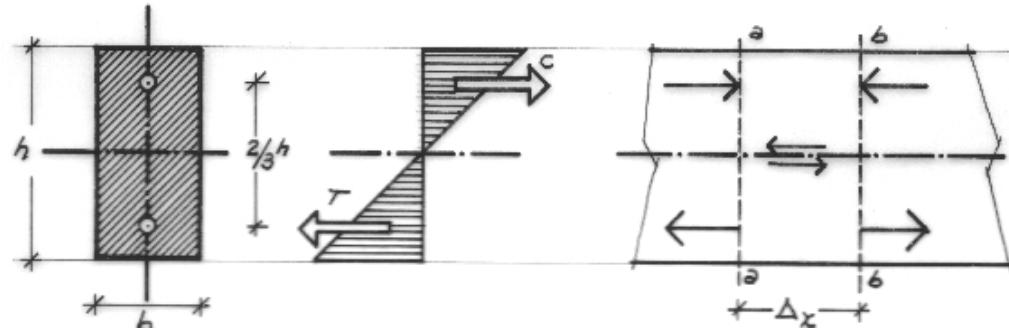
$$\text{Luego: } \Delta M = \tau_0 b \Delta x \cdot z \quad \therefore \quad \frac{\Delta M}{\Delta x} = \tau_0 \cdot b \cdot z$$

$$\text{Como } \frac{\Delta M}{\Delta x} = Q \quad \text{es} \quad Q = \tau_0 \cdot b \cdot z$$

$$\text{De donde} \quad \tau_0 = \frac{Q}{b \cdot z}$$

Esta ecuación muestra que la tensión de corte es máxima en el apoyo de la viga pues allí el esfuerzo de corte Q es máximo.

Para disminuir τ_0 corresponde aumentar b ó z o ambos a la vez.



Tensiones cortantes para distintas formas y materiales

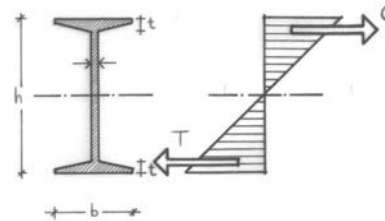
Madera (sección rectangular)

$$\tau_{\max} = \frac{Q}{b \cdot z} = \frac{Q}{b \cdot \frac{2}{3}h} = \frac{3}{2} \frac{Q}{b \cdot h}$$

$$\tau_{\max} = 1,5 \frac{Q}{b \cdot h}$$

Resulta una vez y media mayor que la tensión media. En general es menor que el τ adm. Se deben tener muy en cuenta en vigas compuestas (por los tacos, clavos o bulones vinculantes).

Acero laminado (PNI)



El doble T es el perfil más apropiado para la flexión. La mayor parte de los esfuerzos por flexión los absorben las alas. Podemos considerar que las resultantes T y C coinciden con el borde interior de las alas. Resulta así:

$$z = h - 2t \quad \therefore \quad \tau_{\max} = 1,5 \frac{Q}{d(h - 2t)}$$

d es el ancho de la viga en el plano neutro donde τ es máxima por tanto es suficientemente aproximado dividir Q por el área del alma.

$$\tau_{\max} \cong \frac{Q}{\text{área del alma}}$$

Hormigón armado

La expresión matemática del esfuerzo rasante es la misma ya vista:

$$\tau_{\max} = \frac{Q}{b \cdot z}$$

En piezas de hormigón armado común se pueden dar tres situaciones:

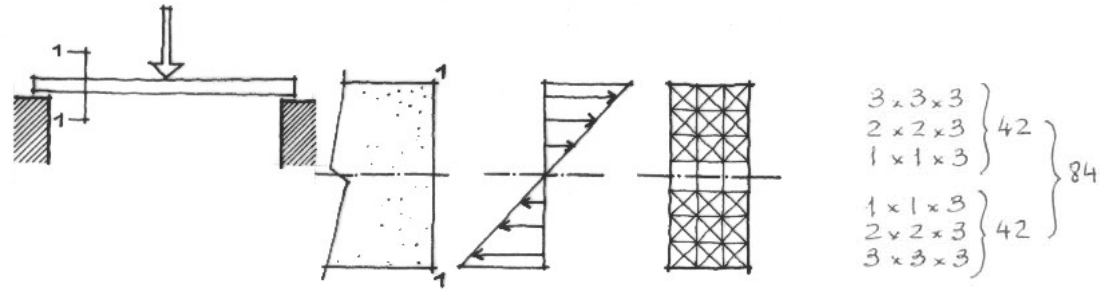
- 1º) $\tau \leq 6 \text{ Kg / cm}^2$: la sección de hormigón absorbe las tensiones cortantes producidas por la flexión.
- 2º) $\tau > 6 \text{ Kg / cm}^2$: la sección de hormigón no es suficiente para absorber los esfuerzos de corte y corresponde colocar estribos o barras dobladas para absorberlos, siempre que no supere los 16 Kg / cm^2 .
- 3º) $\tau > 16 \text{ Kg / cm}^2$: hay que aumentar b ó z o sea modificar las dimensiones de la viga.

MOMENTO DE INERCIA

“... No se imagine que aprenderá construcciones por medio de las matemáticas. Es un engaño, para dominarlo. Sin embargo deberá aprender una cierta cantidad de estática. Esto es fácil. No crea que necesita saber exactamente cómo llegan los matemáticos a la resistencia y sus fórmulas. Con un poco de práctica comprenderá el mecanismo del cálculo, pero sobre todo recuerde cómo trabajan las distintas partes de una estructura. Asegúrese de entender los momentos de inercia. Una vez que lo entienda, quedará libre para hacer cualquier cosa. Todo esto muy claro: deje las matemáticas superiores a los matemáticos...”

Le Corbusier
 “Architectural desing”
 Vol 29. Febrero de 1959.

En casi todos los casos donde las cargas no coinciden con los apoyos, los elementos estructurales se encuentran sometidos a esfuerzos de flexión que necesitan ser equilibrados con momentos resistentes internos. Ya vimos que es el material el que provee las cuplas internas equilibrantes.



Consideramos una viga de un tramo simplemente apoyada sometida a carga. Para una sección 1-1, a la que dividimos en un cierto número de partes iguales, tenemos un conjunto de fuerzas aplicadas en cada elemento de área que multiplicadas por su distancia al eje central producen momentos. La sumatoria de todos esos momentos será el momento resistente generado por la sección ante la acción de las cargas.

Teniendo en cuenta que el momento de inercia es igual a un producto entre un elemento de área por una distancia elevada al cuadrado, vamos a hacer un análisis similar y suponer que en cada uno de estos elementos de área existe una fuerza que esta vez representará el área de ese elemento. Si multiplicamos esa fuerza por la distancia al eje elevada al cuadrado obtendremos el momento de inercia de ese elemento de área con respecto a ese eje. Si sumamos todos esos productos obtendremos el momento de inercia de la sección.

De esta manera, y suponiendo que estas fuerzas aplicadas en cada uno de los elementos son iguales a 1, y que la distancia al eje central de los elementos ubicados en la primera fila también es igual a 1, el momento de inercia producido por los elementos de área de la primera fila con respecto al eje de referencia será igual a $1 \times 1 \times 3$. Los dos unos son porque la distancia es igual a 1 y está elevada al cuadrado, y el 3 porque son tres los elementos de área de la primera fila. Haciendo un razonamiento análogo en la segunda y tercera fila obtendremos los momentos de inercia respectivos. Este mecanismo se repite por debajo del eje central, por lo que el momento de inercia resultante (J) será igual a la suma de los momentos de inercia producidos por los elementos ubicados por arriba y por debajo del eje central, obteniéndose lo siguiente:

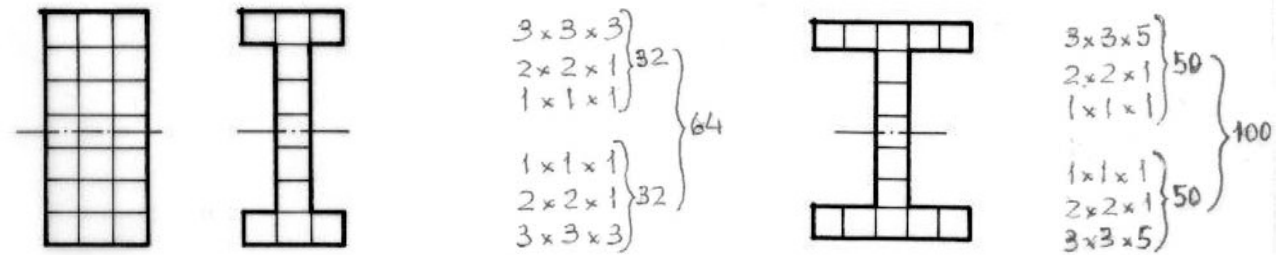
$$\{[(1 \times 1) + (2 \times 2) + (3 \times 3)] \times 3\} \times 2 = 84$$

A este momento de inercia también lo podemos obtener en función de la tensión unitaria que es la tensión que se produce a una distancia unitaria del eje de referencia. En este caso, para cualquier tensión actuante (no toma en cuenta el material), y para una sección rectangular maciza, el momento también será igual a 84 veces el producido por el elemento unitario ubicado a una distancia unitaria del eje.

Este último momento es el que resulta de sumar los efectos de las cuplas que se generan entre elementos simétricamente dispuestos respecto al eje central.

La magnitud del momento de inercia dependerá de la posición de los elementos superficiales unitarios con relación al eje neutro y es indicativo de la rigidez de la sección, independientemente de cual sea el material.

La rigidez es una cualidad deseable en cualquier sección. Se puede considerar la rigidez de diferentes secciones y por medio de ellas observar la eficiencia de estas secciones con relación a sus áreas:

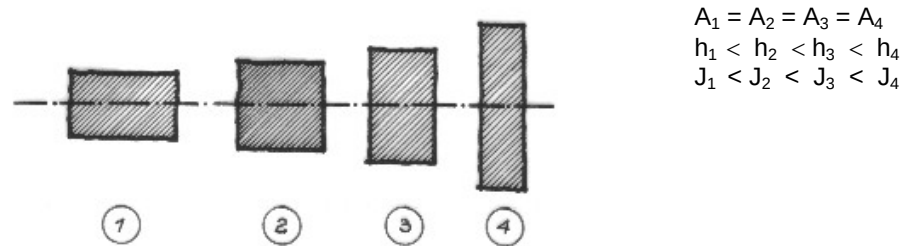


(1)	(2)		(3)	
A = 21	A = 11		A = 15	
J = 84	J = 64		J = 100	
$\frac{J}{A} = 4$	$\frac{J}{A} = 5,82$	45% más eficiente que (1)	$\frac{J}{A} = 6,66$	66,5% más eficiente que (1)

En definitiva, el momento de inercia depende de:

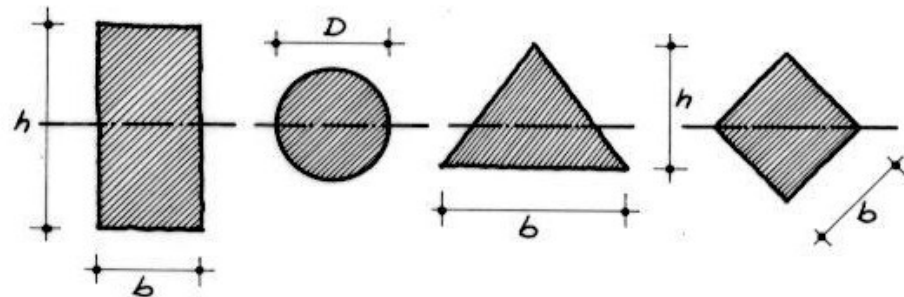
- El área de la sección (cantidad de material, o sea propiedad dimensional o cuantitativa)
- Distancia con respecto al eje considerado (condición formal o cualitativa)

La misma cantidad de material dispuesta de manera diferente puede dar momentos de inercia diferentes, como podemos ver en la siguiente figura:



Los rectángulos tienen la misma dimensión A , pero distintas relaciones b/h , o sea distinta forma y distinto J . O sea J es función de la forma y dimensiones de la sección.

Ejemplos:



$$J = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad J = \frac{\pi \cdot D^4}{64} \cong \frac{D^4}{20} \quad J = \frac{b \cdot h^3}{36} \quad J = \frac{b^4}{12}$$

(se entiende J con respecto al eje neutro)

El momento resistente

En función de la tensión unitaria (valor de la tensión a una distancia unitaria del eje), el momento interno que se produce en la sección será igual a J multiplicado por la *unidad de tensión* (σ_{unitario})

$$M = J \sigma_{\text{unitario}} \quad (\text{kgcm} = \text{cm}^4 \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2 \cdot \text{cm}})$$

Es decir que con J expresamos el momento interno en función de la tensión unitaria. Pero, más que la tensión unitaria, nos interesa la tensión máxima, que será tanto más grande cuanto más grande sea su distancia al eje (en el caso de nuestro ejemplo de sección rectangular maciza, tres veces mayor) y que no deberá superar el valor de σ_{adm} para cada material.

En función de esto, $\sigma_{\text{máx}} = \sigma_{\text{adm}}$, y siempre para el caso de sección rectangular maciza:

$$\sigma_{\text{unitario}} = \frac{1}{3} \sigma_{\text{max}} \quad \therefore \quad M = J \cdot \frac{\sigma}{3} \quad \text{llamando "y" a 3}$$

$$M = J \cdot \frac{\sigma}{y} = \sigma \cdot \frac{J}{y}$$

Módulo resistente de la sección

Estrictamente el módulo resistente es un valor deducido en general del momento de inercia de la sección, para el mismo eje, correspondiente a la “línea neutra” de la flexión.
De la expresión anterior, resulta:

$$\sigma = \frac{M}{J} \cdot y \quad \text{siendo } y \text{ la distancia de la línea neutra a la fibra considerada.}$$

Para la fibra más alejada: $y = y_{\max}$ y $\sigma_{\max} = \sigma_{\text{adm}}$, la expresión toma la siguiente forma:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{J} \cdot y_{\max} \quad \text{que se transforma por comodidad de uso en:}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{\frac{J}{y_{\max}}} \quad \text{Con } \frac{J}{y_{\max}} = W \text{ módulo resistente}$$

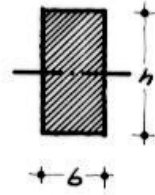
$$\text{Entonces } \sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} \quad \text{y por lo tanto } M_{\max} = \sigma_{\max} \cdot W \text{ ecuación general de la flexión}$$

Con W expresamos el momento interno en función de la tensión máxima.

Al menos en las secciones simples simétricas, este módulo resistente W, con respecto al eje horizontal x, tiene el mismo valor para los bordes superior e inferior y su cálculo puede hacerse con expresiones directas del tipo:

$$W_x = \frac{J_x}{\frac{h}{2}} \quad \text{con } y_{\max} = \frac{h}{2}$$

Por ejemplo, para una sección rectangular:



$$J_x = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad y_{\max} = \frac{h}{2}$$

$$W_x = \frac{b \cdot h^3}{12} \cdot \frac{2}{h} = \frac{b \cdot h^2}{6} \quad \therefore \quad W = \frac{b \cdot h^2}{6}$$

Para las secciones rectangulares y circulares, se pueden obtener los valores de W_x y W_y , directamente de tablas.

De igual manera para secciones simétricas de perfiles metálicos, y también para los perfiles U, T y L, en las que por su asimetría con respecto a los ejes horizontal y vertical, resultan W distintos para cada borde con respecto al mismo eje asimétrico.

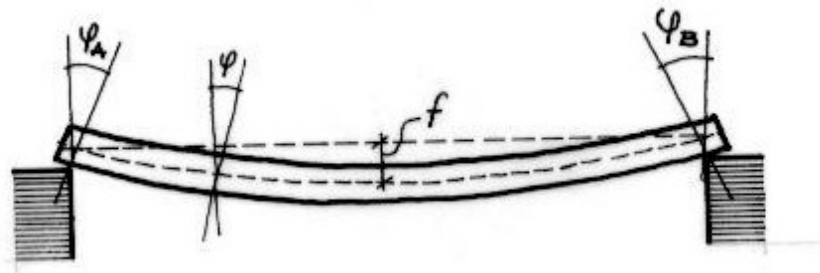
Para otras secciones asimétricas, resultará imprescindible el cálculo previo del valor de J y la deducción posterior del valor W correspondiente.

FLECHA: DEFORMACIÓN EN VIGAS

Al proyectar una viga hemos tenido en cuenta sus tensiones internas, fijando las dimensiones para que dichas tensiones no sobrepasen los valores admisibles del material.

Ahora nos interesan las deformaciones admisibles, ya que muchas veces es condición de cálculo que la flecha máxima no exceda de cierta fracción de la luz.

Consideramos una viga deformada como consecuencia de las cargas que la solicitan:



- Observamos rotaciones y descensos de sus distintas secciones.
- Las rotaciones máximas corresponden a las secciones extremas.
- El descenso máximo se da en el centro de la viga o muy cerca de él

En todos los casos calcularemos la flecha de deformación en dicho punto central.

Rigidez: Es el concepto inverso al de deformabilidad. Una viga que se deforma poco es rígida. Una viga que en igualdad de condiciones se deforma mucho es flexible.

No vamos a hacer el estudio analítico de las fórmulas necesarias para calcular flechas. Es más importante el manejo de pocas fórmulas y el análisis de los factores determinantes de la rigidez, que se puede hacer con modelos muy simples.

Factores determinantes de la rigidez:

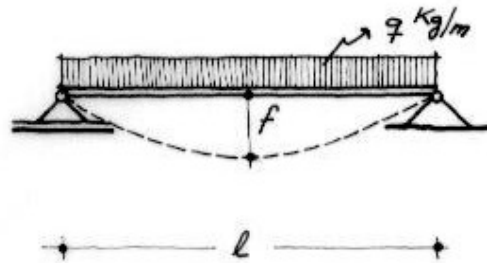
- 1) Material: dos vigas idénticas en todo menos en el material sufrirán distintas deformaciones.
- 2) Sección: dos vigas idénticas en todo menos en sus secciones sufrirán distintas deformaciones.
- 3) Luz: dos vigas idénticas en todo menos en su luz sufrirán muy distintas deformaciones

4) Condiciones de apoyo: dos vigas idénticas en todo menos en sus condiciones de apoyo sufrirán distintas deformaciones.

5) Carga: dos vigas idénticas en todo menos en sus cargas sufrirán distintas deformaciones.

Analizando las experiencias podemos deducir:

Mayor carga	$\Rightarrow$	Mayor flecha
Mayor luz	$\Rightarrow$	Mucho mayor flecha
Mayor módulo de elasticidad	$\Rightarrow$	Menor flecha (inf. Material)
Mayor momento de inercia	$\Rightarrow$	Menor flecha (inf. Sección)
Diferentes condiciones de apoyo	$\Rightarrow$	Diferentes flechas



Dada la viga de simple apoyo con carga uniformemente repartida, considerada al comienzo de este tema, se puede hacer un análisis dimensional de los factores determinantes de la flecha a la luz de lo observado en los modelos.

- 1) La flecha se mide en centímetros.
- 2) La carga se mide en Kg / m ó Kg / cm e influye en forma directamente proporcional.
- 3) El módulo de elasticidad E del material influye en forma inversamente proporcional. Se expresa en Kg / cm².

- 4) El momento de inercia J de la sección también influye en forma inversamente proporcional. Se expresa en cm^4 .
- 5) La luz influye mucho en forma directa, pero no sabemos exactamente en qué medida.
- 6) Las condiciones de apoyo influirán con un coeficiente (sin dimensiones).

Desconocemos en qué medida influye la luz $\Rightarrow f_{\text{máx.}} = \text{coef.} \cdot \frac{q \cdot l}{E \cdot J}$

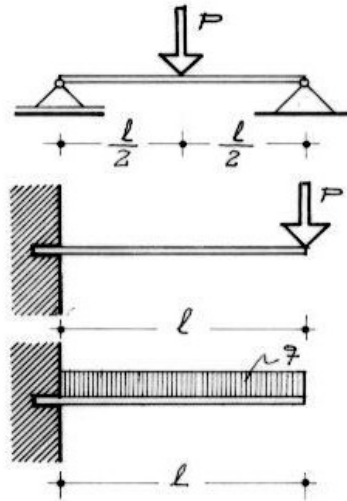
$$\text{cm} = \text{coef.} \cdot \frac{\text{kg/cm} \cdot \text{cm}^2}{\text{kg/cm}^2 \cdot \text{cm}^4} \quad \therefore \quad \text{cm} = \frac{\text{kg}}{\text{cm}} \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{kg}} \cdot \frac{1}{\text{cm}^4} \cdot \text{cm}^? \quad \therefore$$

$$\text{cm}^? = \text{cm} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{kg}} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \cdot \text{cm}^4$$

$\text{cm}^? = \text{cm}^4$ o sea que la luz influye a la cuarta potencia.

En las tablas encontramos que para este tipo de viga y estado de carga: $f_{\text{m' sx.}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot J}$

Otros casos:



$$f_{\text{máx.}} = \frac{1}{48} \cdot \frac{P \cdot l^3}{E \cdot J}$$

$$f_{\text{máx.}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{P \cdot l^3}{E \cdot J}$$

$$f_{\text{máx.}} = \frac{1}{8} \cdot \frac{q \cdot l^4}{E \cdot I}$$

Control de diseño: La relación entre la luz y la flecha debe mantenerse dentro de ciertos límites. Es función del material, del destino del local que se carga sobre el elemento estructural y de las características de la obra.

Si la flecha máxima es mayor que la flecha admisible se toma como dato a esta última y se despeja J necesario.

En hormigón armado el momento de inercia que se toma es el de toda la sección de hormigón. El módulo de elasticidad E es el del hormigón ($E = 140.000 \text{ Kg / cm}^2$).

Valores admisibles de flechas.

Maderas

- Vigas para entrepisos $f \leq 1 / 300 \text{ l}$
- Vigas para techos $f \leq 1 / 200 \text{ l}$
- Vigas en voladizo $f \leq 1 / 500 \text{ l}$

Aceros

- Vigas para entrepisos $f = 1 / 400 \text{ l}$
- Vigas para techos $f = 1 / 300 \text{ l}$
- Vigas en voladizo $f = 1 / 200 \text{ l}$

Hormigón armado

- Vigas y losas para techos o entrepisos $f = 1 / 300 \text{ l a } 1 / 500 \text{ l}$

La adopción de uno u otro valor depende del destino del local. En H^o A^o se pueden corregir las deformaciones previniendo contraflechas.

PANDEO

En elementos estructurales esbeltos sometidos a compresión, y cuya carga aumenta paulatinamente, se llega a un valor tal de la misma que produce una deformación lateral violenta e incontrolada. Es el fenómeno de pandeo.

En la naturaleza es una constante la ley del menor esfuerzo o del camino mínimo. Cuando es posible adoptar distintas trayectorias, todo fenómeno físico tiende a seguir el camino más fácil.

Frente a la posibilidad de acortarse o curvarse, resulta más fácil a la columna acortarse ante cargas pequeñas y curvarse ante cargas grandes.

En condiciones teóricamente perfectas, el pandeo supone:

- a) Eje perfectamente recto
- b) Material homogéneo
- c) Carga exactamente centrada

Situaciones que raramente se dan juntas en la realidad.

Estabilidad estática.

Una pieza corta resuelve su equilibrio estático mediante un simple apoyo. En general su peso propio resulta un factor importante como estabilizador frente a eventuales empujes laterales (ej.: mamposterías).

Las barras esbeltas resuelven el equilibrio estático mediante vínculos en uno o ambos extremos. Los casos más comunes son: barra empotrada en un extremo, barra biarticulada y barra biempotrada.

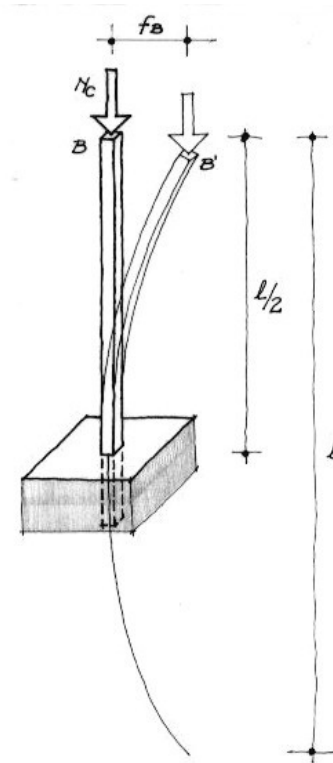
Equilibrio elástico.

La pieza esbelta comprimida queda expuesta al pandeo, que es una flexión lateral bajo carga axial, debido a una inestabilidad elástica a consecuencia de su configuración geométrica.

Carga crítica de pandeo.

Es la carga a partir de la cual la pieza esbelta abandona el equilibrio elástico estable.

Tomamos como ejemplo un mástil con una carga axial en el extremo libre, suponiendo sección constante y homogénea.



N_c es la carga crítica por la que el mástil se deforma. El extremo B se traslada hasta B', produciéndose una flecha de valor f_B .

Por su excentricidad la carga provoca un momento flector

$$M = N_c f_B \quad \therefore \quad f_B = \frac{M}{N_c}$$

La deformación de la columna (sinusoidal) puede ser interpretada como parabólica, por lo tanto, similar a la de una viga simplemente apoyada con carga uniformemente distribuida.

Esta "viga vertical" presenta una situación equivalente a la que se daría con el doble de la luz del mástil.

De las tablas:

$$f_B = \frac{5}{48} \frac{M l^2}{E J}$$

(Flecha de una viga simplemente apoyada con carga uniformemente distribuida)

$$f_B = \frac{M}{N_c} = \frac{5}{48} \frac{M l^2}{E J} \quad \therefore \quad N_c = \frac{48}{5} \frac{E J}{M l^2} \cdot M \quad \therefore \quad N_c = 9,6 \frac{E J}{s l^2} \quad \text{introduciendo } s \text{ como coeficiente de seguridad}$$

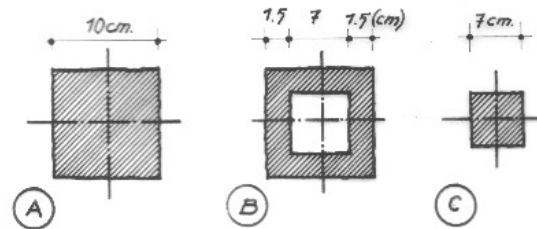
Tensión admisible de pandeo σ_c

$$\frac{N_c}{A} = 9,6 \frac{E J}{s l^2} \cdot \frac{1}{A} \quad \text{siendo } 9,6 \frac{E}{s} = \text{constante, es } \frac{N_c}{A} = \frac{\text{cte. } J}{l^2} \cdot \frac{1}{A} \quad \text{o sea } \sigma_c = \frac{\text{cte. } J}{l^2} \cdot \frac{1}{A} \quad (1)$$

La tensión admisible de pandeo es directamente proporcional al momento de inercia de la sección de la columna e inversamente proporcional a su longitud elevada al cuadrado y al área de su sección.

Radio de giro

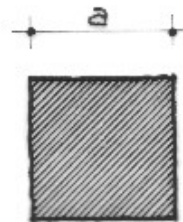
Se acaba de ver que la tensión admisible de pandeo varía en función de la relación J / A por ejemplo:



A:	100 cm ²	50 cm ²	50 cm ²
J:	833 cm ⁴	633 cm ⁴	200 cm ⁴
J/A:	8,33 cm ²	12,66 cm ²	4 cm ²
i:	2,9 cm	3,5 cm	2 cm

Esta relación J / A se designa radio de giro de la sección y toma los valores elevados al cuadrado

$$\frac{J}{A} = i^2 \quad \therefore \quad i = \sqrt{\frac{J}{A}}$$



En este caso:

$$A = a^2 \quad \text{y} \quad J = \frac{a^4}{12} \quad \text{entonces:}$$

$$i = \sqrt{\frac{J}{A}} = \sqrt{\frac{a^4}{12a^2}} = 0,29 a \quad \therefore \quad i \cong 0,3 a \quad \text{o sea que:}$$

en columnas de secciones macizas y de formas cuadradas el radio de giro es aproximadamente igual a un tercio del lado.

Esbeltez mecánica

De (1) : $\sigma_c = \frac{\text{cte.}}{l^2} \cdot \frac{J}{A} = \frac{\text{cte.}}{l^2} \cdot i^2$ dividiendo numerador y denominador por l^2 se tiene:

$$\sigma_c = \text{cte.} \cdot \frac{i^2 / l^2}{i^2 / l^2} = \text{cte.} \cdot \frac{1}{(l/i)^2} \quad \therefore \quad \sigma_c = \text{cte.} \cdot \frac{1}{(\lambda)^2} \quad (2)$$

Esta nueva relación l / i se denomina λ y define el grado de esbeltez de la pieza. Se la denomina esbeltez mecánica. Sobre la base de esta esbeltez hay tablas para obtener los coeficientes de pandeo ω correspondientes. Esta esbeltez se la puede utilizar para cualquier tipo de sección.

Reemplazando en (2) $\sigma_c = \text{cte.} \cdot \frac{1}{\lambda^2}$

Esbeltez geométrica

Vimos que la esbeltez mecánica está determinada por la relación entre la longitud de pandeo y el radio de giro de la sección: $\lambda = l / i$.

Sin embargo, para secciones macizas, se puede establecer el valor de la esbeltez en función de la relación entre la longitud de pandeo y las medidas que caracterizan a dichas secciones: el lado para la cuadrada, el lado menor para la rectangular y el diámetro para el circular. Esta esbeltez se llama esbeltez geométrica.

El reemplazo del radio de giro en la esbeltez mecánica por estas dimensiones en la esbeltez geométrica, se basa en que para tales formas de secciones macizas el radio de giro es siempre un valor constante de aquellas dimensiones. Para la cuadrada y rectangular $i = 0,3 a$, y para la circular $i = d/4$, siendo "a" el lado y "d" el diámetro de las respectivas secciones.

Sobre esta base se confeccionan tablas que proporcionan los valores del coeficiente de pandeo ω en función de la esbeltez establecida por las relaciones geométricas señaladas.

Su uso más frecuente es para los casos de secciones macizas simples de madera y hormigón armado.

Dimensionado por el método ω

Interpretando físicamente σ_c podemos deducir que el pandeo depende de:

1 – Tensión admisible del material.

- 2 – Sección de la barra.
- 3 – Longitud de pandeo.
- 4 – Módulo de elasticidad del material.
- 5 – Momento de inercia de la sección.

Considerando:

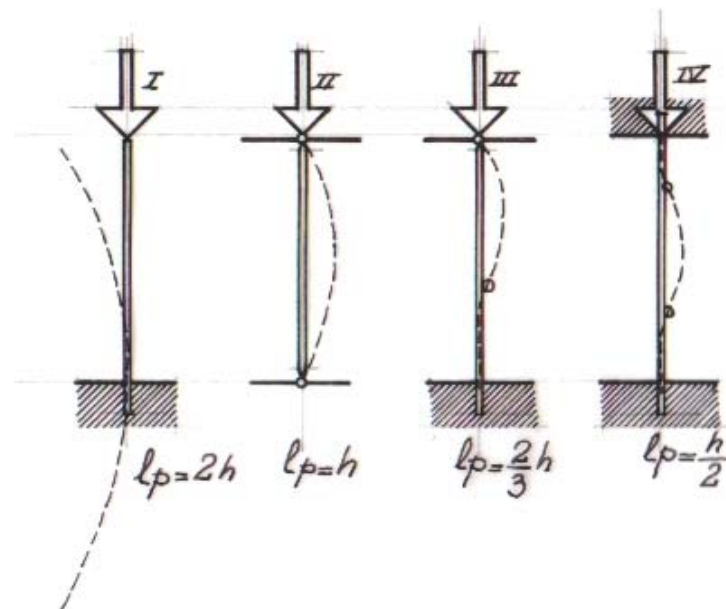
- a) Material homogéneo
- b) Sección constante
- c) Barras rectas de una pieza
- d) Carga axial

Tenemos:

Longitud de pandeo

La carga máxima admisible es menor cuanto más larga es la barra, pues ésta es inversamente proporcional al cuadrado de la longitud (para $2h \rightarrow 1/4 \sigma_c$).

Interesa la longitud de pandeo que depende de los vínculos extremos y la definimos como la distancia entre los puntos de inflexión de la elástica que se presentan para cada caso.



l_p : longitud de pandeo.

La posibilidad de carga de los diferentes casos se comporta como sigue:

Caso (I):	1
Caso (II):	4
Caso (III):	9
Caso (IV):	16

Esto se debe a la dependencia entre longitud y carga de pandeo bajo un mismo E y J.

Módulo de elasticidad E

Pequeño E → Grandes deformaciones
Gran E → Pequeñas deformaciones

Ejemplos : modelos de goma y madera.

Momento de inercia J

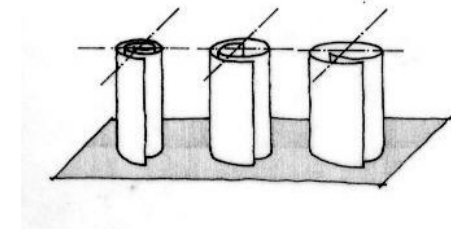
Vimos ya que J constituye la rigidez de la forma de la sección. Indica su fortaleza estructural. Depende de:

- Cantidad de material
- Distancia de ubicación respecto del eje.

Para secciones que no son áreas de rotación los momentos de inercia decisivos son los referidos a los ejes principales, designados x e y.

Ejemplos: modelos de tubos de cartulina.

Para igual cantidad de material (A) diferentes (J).



Dimensionado

El σ_c de pandeo debe ser menor que el σ_{adm} del material para evitarlo. Para esto se divide al σ_{adm} por un “coeficiente de seguridad” que involucre todas las condicionantes del pandeo anteriormente presentadas.

Este “coeficiente de seguridad” es omega (ω).

$$\sigma_c = \frac{\sigma_{adm}}{\omega} \quad \text{para } \omega \geq 1$$

$$\frac{N}{A} = \frac{\sigma_{adm}}{\omega} \quad \therefore \quad \sigma_{adm} = \omega \frac{N}{A} \quad \therefore \quad A_{nec} = \omega \frac{N}{\sigma}$$

Lo que hace ω es incrementar el valor de la carga de compresión real.

Resumiendo:

- El área de la sección depende de ω (además de la carga y del σ_{adm}).
- ω es función de λ (esbeltez). Está tabulado para cada material.
- $\lambda = l_p / i_{min}$
- $i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{A}}$

Procedimiento:

- 1- Determinar la longitud de pandeo l_p
- 2- Determinar A (área de la sección) = N / σ
- 3- Duplicar el área de la sección para tener en cuenta el efecto del pandeo (A_{nec})
- 4- Determinar el momento de inercia mínimo (J_{min})
- 5- Determinar el radio de inercia mín. (i_{min})
- 6- Determinar la esbeltez ($\lambda = l_p / i_{min}$)
- 7- Con λ ir a la tabla de ω que corresponda al material usado
- 8- Verificar que la tensión $\sigma = \omega \cdot N / A \leq \sigma_{adm}$

Esquemáticamente: $A_{nec} \rightarrow J_{min} \rightarrow i_{min} \rightarrow \lambda \rightarrow \omega \rightarrow \sigma \leq \sigma_{adm}$

COLUMNAS DE Hº Aº

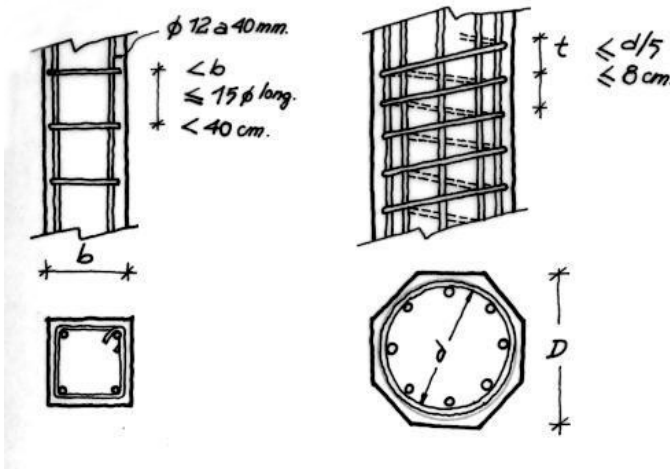
Tipos: existen dos tipos fundamentales de columnas de Hº Aº:

a) Columnas con estribos simples: (cuadradas o rectangulares)

En este tipo la carga es resistida parte por el hormigón y parte por la armadura longitudinal. Los estribos no cumplen función resistente, sino sólo la de vincular ambos elementos, e impedir el pandeo de las barras longitudinales.

b) Columnas zunchadas: (circulares o poligonales)

En este tipo las cargas las resisten el hormigón del núcleo (parte del Hº que queda dentro del zuncho) y el zuncho. El zuncho impide la libre dilatación transversal del Hº y en consecuencia aumenta su resistencia. Al estirarse, por otra parte, tiende a hacer saltar el recubrimiento de Hº. Por eso sólo se considera el núcleo como sección resistente de Hº.



La capa de recubrimiento de Hº debe tener por lo menos 1,5 cm. en interiores y 2 cm. en exteriores.

Puede darse el caso de columnas zunchadas de perímetro exterior cuadrado.

Columnas a compresión simple (sin pandeo).

En este tipo de columna, en general de formas simples y macizas se usa la esbeltez geométrica (relación entre h y lado o diámetro de la sección).

$$\lambda_G = \frac{h}{a} \leq 15 \quad \text{para columnas con estribos simples}$$

$$\lambda_G = \frac{h}{d} \leq 10 \quad \text{para columnas zunchadas}$$

$$A_b = \frac{N}{\sigma_{b \text{ adm}}} = \left(\frac{\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{\frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}} \right) = \text{cm}^2$$

Con el área A determinamos: lado: $l = \sqrt{A}$ ó $a \times b$

$$\text{diámetro: } r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad \therefore \quad d = 2r$$

Con los valores de dimensiones transversales controlamos la esbeltez λ_G . Si ésta no supera los límites establecidos, la columna es en realidad un pilar sometido a la compresión simple.

Columnas expuestas al pandeo

Para la verificación al pandeo de las columnas se utiliza el método ω (omega). En este método se tienen en cuenta todos los factores que influyen en el pandeo. A través de ellos se obtiene un coeficiente (ω) que mayoriza la carga real actuante, teniendo en cuenta de esa manera la influencia del pandeo en la determinación de la sección definitiva de la columna.

$$A_b = \frac{\omega N}{\sigma}$$

Para determinar la armadura de acero que corresponde utilizar, lo hacemos a través de la relación entre la de sección de acero y la sección de Hº, denominada cuantía (μ). Los valores de la cuantía están especificados en los reglamentos para los distintos elementos estructurales en sus distintas situaciones.

El uso de la cuantía tiene su importancia puesto que con ella se controla que las barras de hierro se encuentren inmersas en una determinada masa de hormigón asegurando así una adecuada transferencia de esfuerzos, y también porque evita, en nudos donde concurren varias vigas y/o columnas, que las armaduras de cada uno de esos elementos estructurales lleguen a formar un enrejado tal que haga las veces de colador para el hormigón, dejando pasar únicamente la parte fluida. Como consecuencia de esto último, el llenado de los encofrados no se hace correctamente.

$$\text{Cuantía: } \mu = \frac{A_a}{A_b} \quad \therefore \quad A_a = \mu \cdot A_b$$

Algunos valores de μ son:

$\mu = 0,03$ cuantía máx.

$\mu = 0,008$ cuantía mín. para $h/a \geq 10$

$\mu = 0,005$ cuantía mín para $h/a \leq 5$

Determinación de las secciones

Para determinar el área de la sección necesaria del hormigón A_b sobre la base de su trabajo solidario con el acero, recordemos que:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad \therefore \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad \text{en } H^o \text{ } A^o \text{ es} \quad \varepsilon_b = \varepsilon_a$$

$$\text{o sea} \quad \frac{\sigma_a}{E_a} = \frac{\sigma_b}{E_b} \quad \therefore \quad \sigma_a = \sigma_b \left(\frac{E_a}{E_b} \right) = n \sigma_b \quad \therefore \quad \sigma_a = n \sigma_b$$

La carga total N de la columna es la suma de las cargas que absorbe cada uno de los materiales.

$$N = A_b \cdot \sigma_b + A_a \cdot \sigma_a = A_b \cdot \sigma_b + A_a \cdot n \cdot \sigma_b = \sigma_b (A_b + n A_a)$$

$$\frac{N}{\sigma_b} = A_b + n A_a = A_b \left(1 + n \frac{A_a}{A_b} \right); \quad N = A_b + n A_a = A_b (1 + n \mu) \quad \text{como} \quad \frac{A_a}{A_b} = \mu$$

$$\text{Es} \quad \frac{N}{\sigma_b} = A_b (1 + n \mu) \quad \therefore \quad A_b = \frac{N}{\sigma_b (1 + n \mu)} \quad \text{Sección necesaria en función de } \sigma_b, n \text{ y } \mu$$

$$\text{De} \quad \frac{A_a}{A_b} = \mu \quad \text{es} \quad A_a = \mu \cdot A_b$$

- **Carga de rotura**

Por ser las columnas elementos estructurales que no dan “aviso” de colapso es conveniente determinar su carga admisible dividiendo la carga límite o de rotura en un coeficiente de seguridad, en este caso igual a 3. La carga límite se obtendrá teniendo en cuenta el aporte resistente de la sección de acero y hormigón, considerando las tensiones de fluencia de ambos materiales.

$$N_{adm} = \frac{1}{3} N_{rot}$$

$$N_{adm} = \frac{1}{3} (F_b \cdot \sigma_{rot} + F_e \sigma_{fluencia})$$

Entonces , la carga admisible de la columna, afectada también por el coeficiente de pandeo debe ser mayor a la carga real actuante

$$N_{adm} = \frac{F_b \cdot \sigma_b + F_e \cdot \sigma_e}{3 \cdot \omega} \geq N$$

BASES DE Hº Aº

Los edificios, al apoyar sobre el suelo, le transmiten todas las cargas que generan y lo hacen mediante sus fundaciones.

Las fundaciones son las partes de los edificios que deben cumplir la función estática de soportar las cargas y distribuirlas en el terreno a una profundidad adecuada de tal manera que el suelo pueda soportarlas sin fallar.

El acto de construir una fundación de cualquier tipo implica hacer una excavación y reemplazar parte del suelo extraído por un elemento fundacional más firme que sea capaz de soportar y distribuir las cargas recibidas de una mejor manera que lo haría el terreno natural.

Clasificación de las fundaciones

- a) lineales superficiales: construidas a poca profundidad, aproximadamente 0,80 m, y son utilizadas para construcciones de una o dos plantas resueltas con muros portantes, como puede ser una vivienda. Son continuas y según el tipo de suelo pueden llevar pilotes que le permitan transferir las cargas a terrenos más profundos y de mejor capacidad portante.
- b) Individuales o directas: cuando las cargas no son o no pueden ser soportadas por muros, es necesario la colocación de columnas que transmitirán las cargas a fundaciones individuales o combinadas ubicadas a una mayor profundidad, aproximadamente 1,50 m, dependiendo esto del tipo de suelo. Generalmente son de planta cuadrada o rectangular y de forma tronco piramidal en elevación.
 - Zapatas aisladas céntricas: cuando la columna que transmite la carga está ubicada en el centro de la zapata, es decir, que las cargas son centradas.
 - Zapatas aisladas excéntricas: se emplean en el caso de columnas ubicadas en paredes medianeras, donde no es posible utilizar bases centradas.
 - Zapatas o bases combinadas: cuando las distancias entre columnas son reducidas puede ocurrir que se superpongan las superficies de apoyo de sus correspondientes zapatas. En ese caso conviene que sean reemplazadas por una base única que reciba la carga de varias columnas.
 - Zapatas con vigas de vinculación: se la usa por ejemplo para conectar una base excéntrica con una céntrica, colaborando la viga en la absorción de los momentos generados por la excentricidad de la base excéntrica.
- c) Profundas o indirectas: cuando hay grandes cargas y/o el suelo no tiene la suficiente capacidad portante, es necesario llegar a estratos más profundos y resistentes. Esto se realiza mediante pilotes con longitudes que pueden superar los 10 m. Estos pilotes están conectados por un cabezal que recibe la carga de la columna. Estos pilotes resisten las cargas por fricción.

- d) Plateas de fundación: en suelos de calidad uniforme y estable a no mucha profundidad se construyen las plateas de fundación, que transmiten las cargas de las columnas sobre toda la superficie del terreno, comportándose como una placa bajo la acción de la reacción superficial del terreno de fundación.

Esta clasificación corresponde a las fundaciones más características, pero existe una gran variedad que se ajustan a las distintas necesidades.

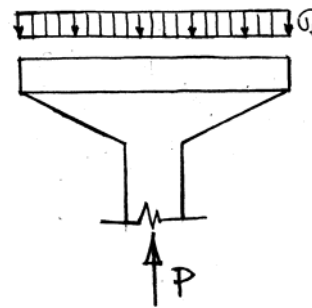
De más está decir que aparte de conocer las cargas debemos conocer también la capacidad portante del suelo sobre el que vamos a fundar, lo que se determina mediante ensayos y procedimientos propios de la mecánica de suelos.

Zapatas aisladas céntricas

En este curso de estructuras solamente analizaremos la zapata aislada céntrica. Sobre esta zapata actuará la carga transmitida por la columna y será la encargada de transferir esa carga al terreno mediante una superficie de contacto cuadrada o rectangular mucho más grande que la sección de la columna. Esto es así para distribuir las cargas y disminuir la presión de contacto.

Comportamiento estructural

La zapata está sometida a un esfuerzo de flexión. Esto se puede visualizar mejor si dibujamos invertida la zapata con un diagrama de carga igual al producido por el terreno. Así podemos ver que se comporta como una viga en voladizo empotrada en la columna.



Principios de cálculo de la base de H° A°

Reacción del suelo: la presión de contacto es la que existe entre la superficie de apoyo de la zapata y el terreno y dependerá del tipo de suelo y de la rigidez de la base. Estas tensiones se distribuyen a través de

toda la masa del suelo extendiéndose lateralmente a medida que aumenta la profundidad, constituyendo lo que se denomina “bulbo de presiones”. En la práctica, para simplificar el cálculo, se adoptan distribuciones de tensiones uniformes, que en general, nos dan valores del lado de la seguridad.

Determinación de la carga total

La carga total es toda la carga actuante sobre la columna, más el peso propio de la columna y de la misma fundación, estimándose esta última como un porcentaje (entre 5 y 10%) de la carga transmitida por la columna.

$$P_{\text{total}} = P_{\text{columna}} + 5 \% P_{\text{columna}} = 1,05 P_{\text{columna}}$$

Cálculo de la superficie de apoyo

A partir de la carga transmitida P y considerando que el suelo reacciona uniformemente con un valor admisible de tensión que llamamos σ_t se calculan las dimensiones A y B , que serán iguales en el caso de ser cuadrada.

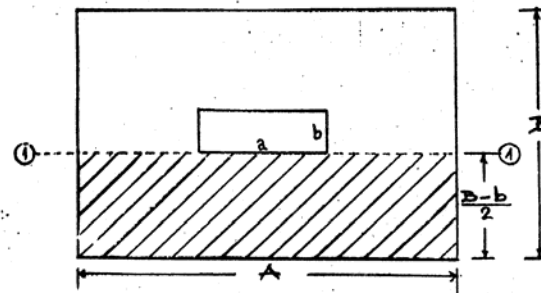
$S_{\text{nec}} = \frac{N_{\text{total}}}{\sigma_t}$ con $S_{\text{nec}} =$ superficie de apoyo necesaria $A = B = \sqrt{S_{\text{nec}}}$ si es cuadrada, y si es rectangular se adopta una de las medidas y se determina la otra.

Dimensionado de la zapata

Momento solicitante: $M = R \cdot x$

$R =$ resultante de las tensiones en el sector rayado de la figura

$X =$ brazo de palanca de R con respecto al eje 1 - 1



$$R = \sigma_t \cdot A \cdot \frac{B-b}{2} \quad x = \frac{B-b}{4} \quad \text{entonces:} \quad M = \sigma_t \cdot A \cdot \frac{(B-b)^2}{8}$$

Por ser rectangular habría que calcular el momento en la otra dirección con el mismo procedimiento. Con el mayor de los momentos determinamos la altura y la armadura que tendrá la zapata en la dirección correspondiente y con el momento restante calculamos la armadura en la otra dirección teniendo en cuenta que la altura, para ese caso, será la altura obtenida menos el diámetro de la barra utilizada para la armadura ya calculada.

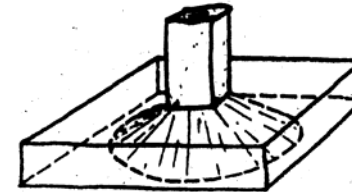
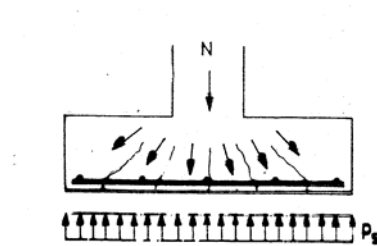
$$h = k_2 \sqrt{\frac{M}{b}} \quad \text{y} \quad F_e = \frac{k_3 \cdot M}{h} \quad \text{con } b = \text{ancho de la columna en la dirección considerada}$$

Una vez obtenidas las dimensiones definitivas habrá que compararlas con las establecidas por el reglamento como dimensiones mínimas.

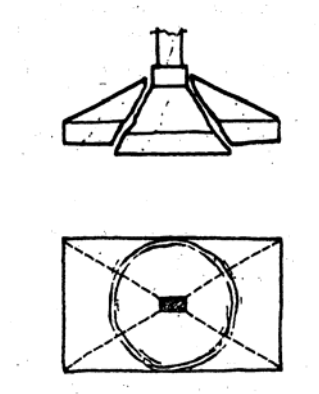
Punzonado

El punzonado es un esfuerzo de corte en las zapatas por lo que hay que verificar que las tensiones admisibles de corte no se vean superadas.

La aparición de ese esfuerzo cortante es una consecuencia de cómo se transfiere al terreno la carga transmitida por la columna. Esta transferencia no se hace sobre toda la superficie de apoyo de la zapata sino sobre la base de un cono truncado de 45° de inclinación.

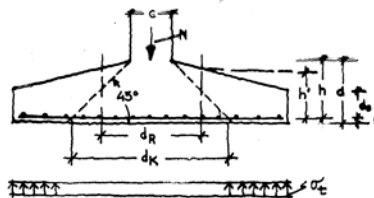


Es decir, que la carga tiende a hundir en el terreno la zapata en la zona delimitada por la base del cono pero el suelo reacciona sobre toda la superficie de apoyo de la zapata, generalmente rectangular o cuadrada. Esto da origen a dos fuerzas, una de acción (transmitida por la columna) y otra de reacción (ejercida por el terreno).



La diferencia entre estas dos fuerzas es en definitiva el esfuerzo de corte que genera tensiones de corte en toda la superficie de la cara lateral del cono.

A modo de simplificación, en vez de considerar un cono truncado de diámetro d_k , se adopta un cilindro de diámetro d_R con una superficie lateral igual a la del cono.



$$d_k = C + 2h$$

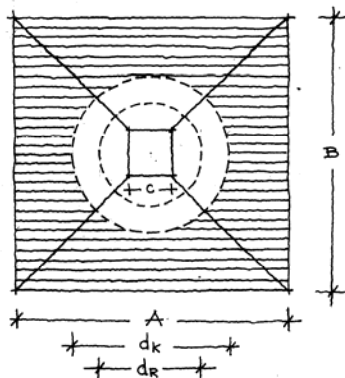
C = ancho de fuste de columna

h = altura útil de la zapata

$$d_R = C + h$$

C = ancho de fuste de columna

h = altura útil de la zapata



De esta manera, las expresiones quedan:

$$\text{Fuerza de corte: } Q_R = \left[(A.B) - \left(\frac{\pi.d^2}{4} \right) \right] \cdot \frac{N}{A.B}$$

Como dijimos anteriormente la fuerza de corte es la diferencia de dos fuerzas, resultantes de multiplicar las respectivas áreas por la tensión ejercida en el terreno por la carga actuante.

Tensión de corte por punzonado

$$\tau_R = \frac{Q_R}{\pi \cdot d_R \cdot h'} \quad \text{con} \quad \pi \cdot d_R \cdot h' = \text{sup. cara lateral del cilindro} \quad h' = \text{altura del cilindro}$$

Esta tensión τ_R deberá ser menor que la tensión admisible al corte del hormigón. De lo contrario habrá que colocar armadura de corte o redimensionar la zapata.

RETICULADOS PLANOS

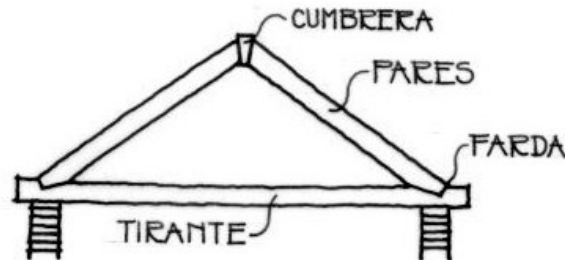
La triangulación

Es una configuración indeformable y constituye un elemento estructural más, tanto más interesante cuanto se aplica a la formación de casi todos los otros (columnas, vigas, arcos, pórticos, y hasta estructuras laminares).

La viga triangulada

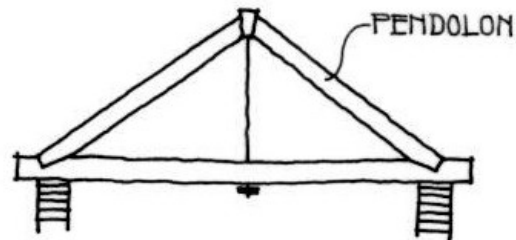
- Permite disminuciones de peso
- Posibilita enormes aumentos de luces (≈ 460 m luz)
- Concentra esfuerzos sobre elementos independientes.
- De fácil construcción
- Conserva las cabezas de las vigas macizas, pero su alma se descompone en dos familias de elementos (traccionados y comprimidos) que absorben los esfuerzos de corte.

Evolución

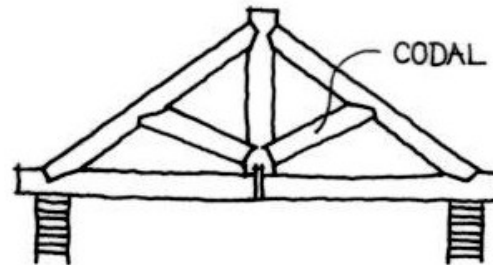


Los primeros aciertos de la triangulación se hicieron en madera para cerchas de cubiertas.

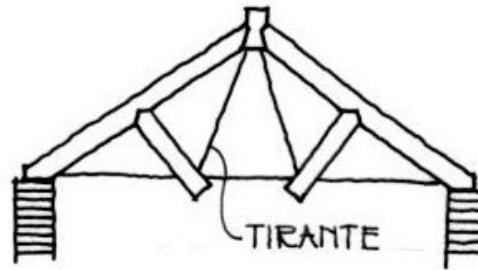
Dos pares apoyados en las fardas de un tirante, para que no se deslicen ni empujen en los muros, formaron el primer triángulo.



El tirante, demasiado flexible, aún para su propio peso, requirió un pendolón para colgarlo por el centro.



Los dos pares, apuntalados sobre el pendolón, dividieron la luz de cada uno de ellos.

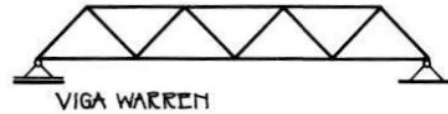


Al abrir el pendolón en dos tenemos la cabriada Polonceau.

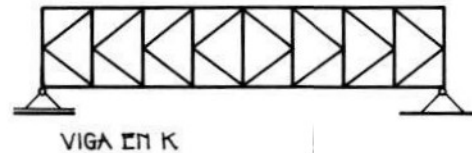
En el acero el camino fue diferente:



1º Intuitivamente se aligeró el alma con una celosía múltiple cerrada. Su hiperestatismo y los problemas de rigidización, llevó a agrupar los esfuerzos en el mínimo de piezas para darles mayor rigidez sin aumentar el peso total.



2º- Se tendió entonces a formar triángulos de lados parecidos y ángulos entre 45° y 60° , con barras robustas.

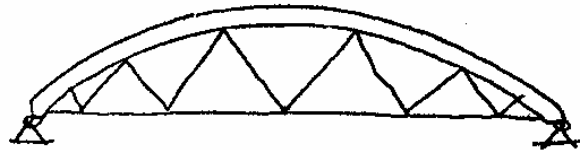


Salvo la viga en K hoy sólo se usa la triangulación simple.

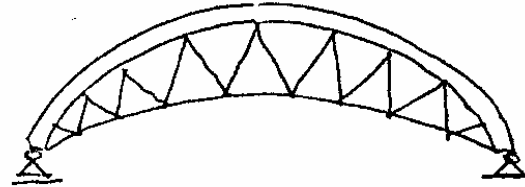
En los elementos triangulados el enlace es fundamental. Las barras transmiten sus esfuerzos a los nudos equilibrándose o contrarrestándose unos con otros lo que provoca necesariamente cambios bruscos de dirección en las tensiones principales, con concentraciones importantes.

Este tipo de estructuras no es fácil de realizar en hormigón armado (mucho encofrado, dificultades con la armadura en los nudos, hormigonado costoso, fuertes esfuerzos secundarios y mayor peso). A pesar de eso se advierte cierta difusión, cuando se trata de muchos elementos iguales y de dimensiones no muy grandes, para posibilitar su fabricación en el suelo y luego ser levantadas hasta su posición definitiva.

Una aplicación posible de este tipo de cerchas sería el hormigón pretensado, por su menor propensión al agrietamiento durante su transporte y montaje.



Viga Nielsen con cordón superior curvo de $H^\circ A^\circ$, cordón inferior recto y diagonales sin hormigonar, capaces de trabajar solamente en tracción (sin pandeo).



Parecida situación con cordón inferior poligonal, que da sobre las diagonales sólo componentes de tracción. Este tipo de estructuras mixtas presenta indudables ventajas de ligereza y economía.

Estructuras reticuladas: son las formadas por elementos o barras vinculadas entre sí en forma triangular, con las cargas actuando sobre los vínculos o nudos.

Tienen diferentes denominaciones:

En madera: cerchas

En acero: cuchillos

En ambos materiales: armaduras o cabriadas.

Sistemas isostáticos

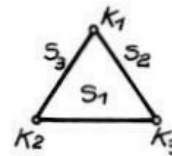
Cuando es posible calcular las reacciones mediante las tres ecuaciones de equilibrio de la estática, el sistema se llama isostático, o estáticamente determinado externamente.

Para que el problema tenga solución dentro del campo de la estática debe serlo también internamente.

Para saberlo se debe cumplir la relación

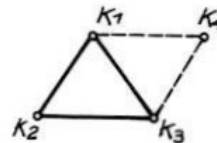
$$b = 2n - 3 \quad \text{para} \quad b : \text{número de barras y } n : \text{número de nudos}$$

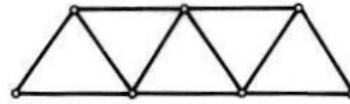
Forma básica



$$3 = (2 \cdot 3) - 3 = 3$$

cada nuevo nudo implica dos barras más

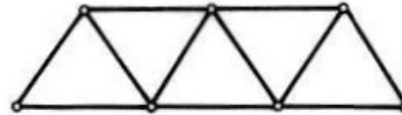




$$11 = (2 \cdot 7) - 3 = 11$$

Esta condición es necesaria pero no suficiente. Debe ser complementada con la correcta distribución de las barras.

2
.
4
)
-
3



Hipótesis de cálculo

Conocidas las fuerzas exteriores, el cálculo conduce a determinar los esfuerzos en las barras siguiendo las siguientes hipótesis:

- 1º- Estructura rígida e indeformable.
- 2º- Todas las barras coplanares.
- 3º- Barras articuladas en los nudos.
- 4º- Fuerzas exteriores aplicadas en los nudos.
- 5º- Las componentes de las fuerzas aplicadas en un nudo actúan sobre el eje geométrico de las barras que concurren a él.

De estas hipótesis se deduce que:

- a) Todas las barras están solicitadas a tracción o a compresión.
- b) Las barras están en equilibrio.

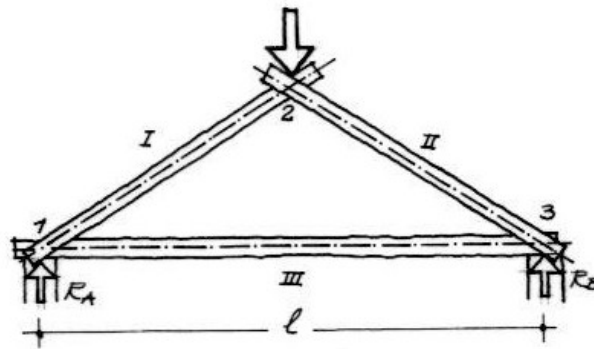
Si una barra comprime a un nudo, debe comprimir al nudo opuesto con un esfuerzo de igual intensidad, es decir en cada barra actúan dos fuerzas de igual intensidad y de sentido contrario.



El método de Cremona

Se funda en que el polígono vectorial de un sistema de fuerzas en equilibrio es cerrado. Exige que haya por lo menos un nudo en el cual concurren sólo dos barras. Como los nudos deben estar en equilibrio, a cada uno corresponde un polígono vectorial cerrado, que se construye trazando los vectores de los esfuerzos conocidos y descomponiendo la resultante en las direcciones de los dos esfuerzos a calcular.

Todos los polígonos se dibujan siguiendo un mismo sentido de rotación adoptado previamente.



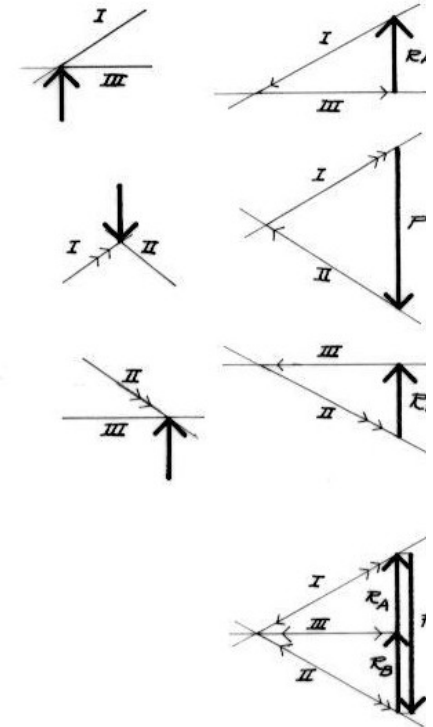
Determinadas las reacciones como caso análogo al de las vigas, se indica el procedimiento gráfico para establecer los esfuerzos de las barras.

De acuerdo a la escala gráfica utilizada se obtienen las magnitudes de los esfuerzos en cada barra.

Reticulares más complejos pueden resolverse con este mismo método gráfico.

Nudo

Polígono vectorial



El método de Ritter

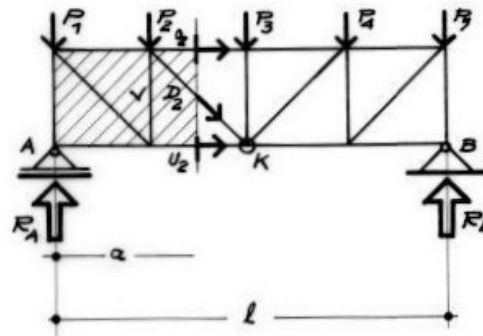
Se funda:

- En un sistema de fuerzas en equilibrio en el que la suma de sus momentos respecto a cualquier punto del plano es igual a cero.
- La suma algebraica de los momentos de todas las fuerzas es igual al momento de su resultante, respecto a cualquier punto del plano.

Es condición:

- Que sea posible cortar la estructura sin afectar más que tres barras.
- Que estas barras o sus prolongaciones sean concurrentes de a dos a un nudo.

El método consiste en cortar las barras cuyo esfuerzo se quiere averiguar, suponer un esfuerzo (tracción o compresión) en cada una de ellas y tomar momentos de las fuerzas con respecto a ciertos puntos como centros de momentos. Esto último permitirá que se eliminen simultáneamente dos de las tres incógnitas.



D_2 y U_2 concurren en K.

Tomamos momentos respecto de K

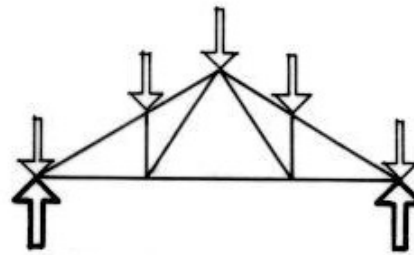
$$\sum M_K = 0 \quad R_A \cdot 2a - P_1 \cdot 2a - P_2 \cdot a + O_2 \cdot h \pm U_2 \cdot 0 \pm D_2 \cdot 0 = 0$$

$$R_A \cdot 2a - P_1 \cdot 2a - P_2 \cdot a + O_2 \cdot h = 0 \quad \therefore \quad O_2 = \frac{-R_A \cdot 2a + P_1 \cdot 2a + P_2 \cdot a}{h}$$

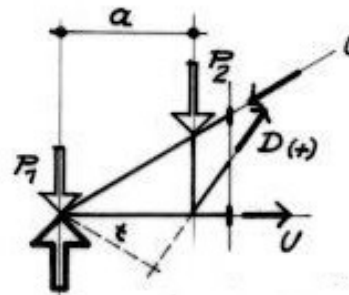
Si las ecuaciones de equilibrio dan resultados negativos significa que el esfuerzo supuesto al cortar la barra está mal. Lo que hay que hacer es cambiar el sentido del esfuerzo manteniendo el valor numérico.

Influencia de la forma del contorno sobre el signo del trabajo estático de sus diagonales

Se compara el contorno triangular con el rectangular.

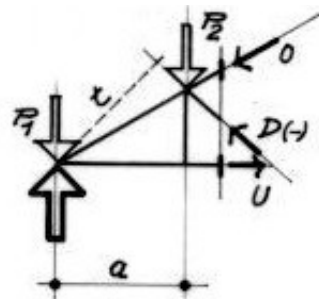


Se plantean cortes de Ritter y se supone el esfuerzo en las barras diagonales



Diagonales ascendentes $\curvearrowright +$

$$P_2 \cdot a - D \cdot t = 0 \quad \therefore \quad D = \frac{P_2 \cdot a}{t}$$



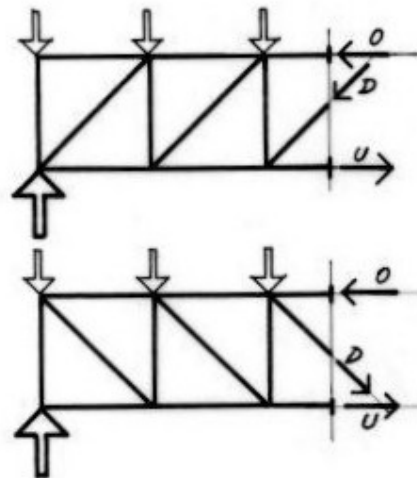
Diagonales descendentes

$$P_2 \cdot a - D \cdot t = 0 \quad \therefore \quad D = \frac{P_2 \cdot a}{t}$$

El hecho de que ambas ecuaciones hayan dado resultados positivos significa que los esfuerzos fueron supuestos correctamente.

Entonces, podemos decir que para contorno triangular en estructura simétrica cargada desde arriba las diagonales ascendentes son traccionadas y las descendentes comprimidas.

Para el caso de reticulados con cordones paralelos hacemos el mismo análisis. Ya conocidos los esfuerzos en las barras O y U, hacemos una sumatoria de momento para determinar el esfuerzo en la barra D, que en el primer se supone comprimida y en el segundo caso traccionada.



$$\Sigma V = 0$$

$$R_A - P_1 - P_2 - P_3 - D \cdot \sin \alpha = 0$$

$$\text{Si llamo: } R_A - P_1 - P_2 - P_3 = Q_i$$

$$Q_i - D \cdot \sin \alpha = 0 \quad \therefore \quad Q_i = D \sin \alpha$$

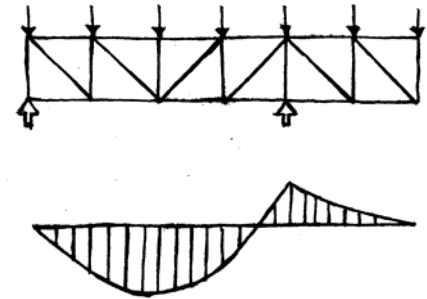
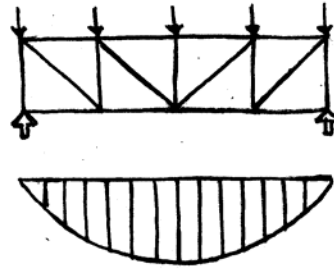
$$\text{entonces: } D = \frac{Q_i}{\sin \alpha}$$

Esto es válido para los dos casos y nos muestra que hay una componente vertical hacia abajo.

Por esta razón, en vigas reticuladas de cordones paralelos, la diagonal ascendente está comprimida y la descendente traccionada, a la inversa que con contorno triangular.

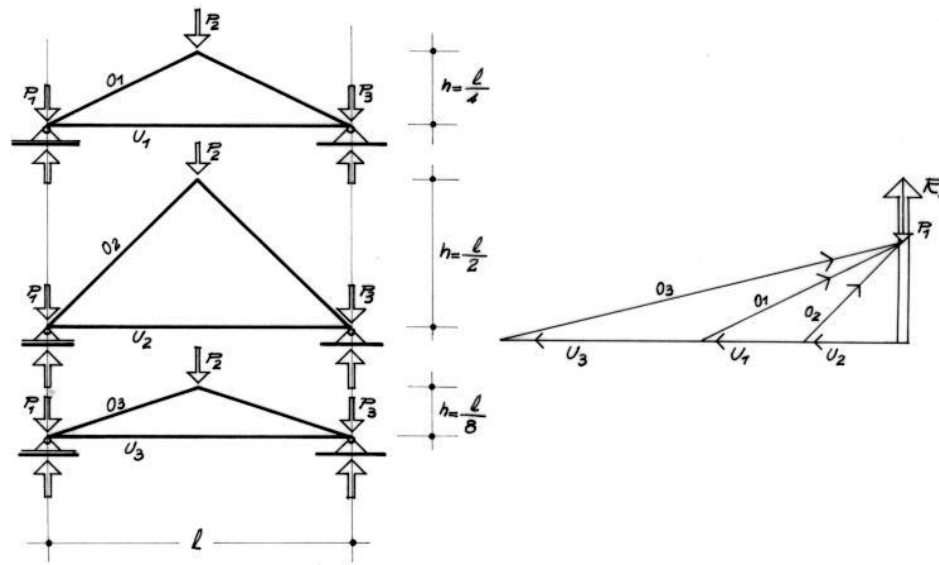
Otra forma de determinar el esfuerzo en las barras diagonales es ubicarlas de acuerdo a la pendiente del diagrama de momento correspondiente al esquema estático de la viga en cuestión y con carga distribuida. Es la misma carga distribuida que usamos para determinar las cargas puntuales en los nudos.

Si se colocan las diagonales de forma tal que tengan la dirección de la pendiente de las tangentes al diagrama de momentos, esas diagonales estarán traccionadas.



Esto vale para vigas reticuladas con cordones paralelos y lo obtenido coincide con el criterio explicado anteriormente. Para el caso de vigas reticuladas con cordones triangulares corresponde lo inverso.

Influencia de la pendiente del cordón superior

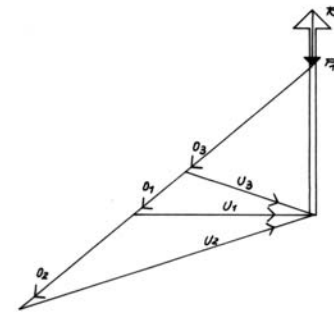
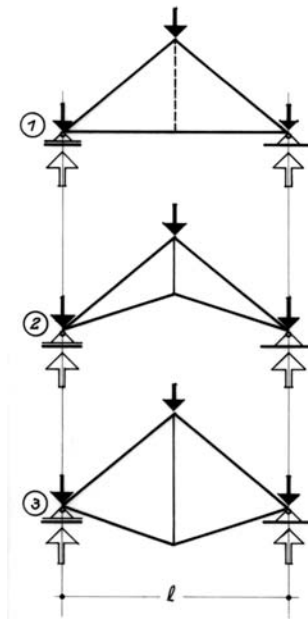


$$U_1 = 2U_2 = \frac{1}{2}U_3 \quad \text{y} \quad U_3 = 4U_2$$

Podemos observar lo siguiente:

- La pendiente fuerte resulta económica para los esfuerzos de las barras.
- La pendiente suave es antieconómica para las fuerzas pero disminuye el desarrollo de la cubierta.
- El ideal que concilia en promedio ambas variables está entre 20° y 30°.

Influencia del cordón inferior



En todos los casos solamente varía la pendiente del cordón inferior.

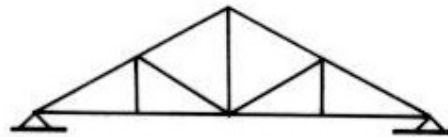
$$O_2 > O_1 > O_3$$

$$U_2 > U_1 > U_3$$

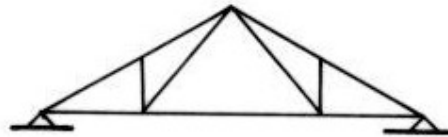
Podemos observar que al quebrar el cordón inferior hacia abajo los esfuerzos en las barras disminuyen.

Variantes del proyecto

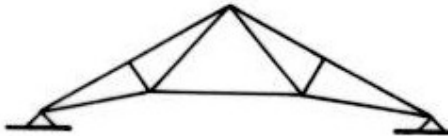
Variantes de cabriadas con 4 divisiones en el cordón superior. Módulos 2 a 3 m. Luces 8 a 12 m.



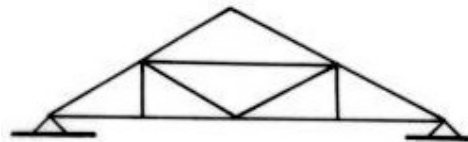
Inglesa (diagonal comprimida)



Inglesa (diagonales con tracción)



Polonceau simple



De puente

ARCOS

El arco constituye el mayor invento tensional del arte clásico. Es una estructura curva utilizada para salvar una luz libre soportando cargas. Desde ese punto de vista aparece como una alternativa estructural de la viga.

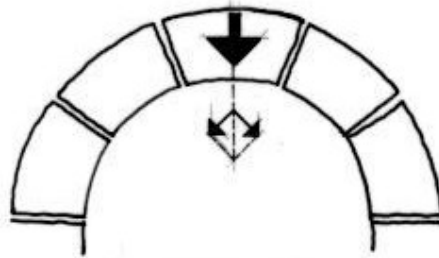
Si la diferencia fuera sólo formal, se trataría de una viga de eje curvo, con el mismo mecanismo estático – resistente de la flexión y con las mismas limitaciones constructivas.

Pero no es así, lo verdaderamente importante del arco es su particular cualidad de originar empujes horizontales en los apoyos, aún para cargas verticales, que disminuyen los momentos flectores, hasta el grado de hacerlos desaparecer por una fuerte compresión.

Las consecuencias constructivas inmediatas son:

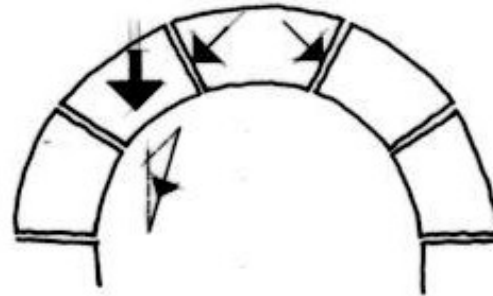
- Utilización de materiales no aptos para la tracción (pétreos).
- Diferencia sustancial entre la escala del material y la escala o tamaño de la estructura.

El trabajo de compresión, se logra en la medida en que la “*línea de presiones*” correspondiente al esquema de cargas actuantes sobre el arco, caiga dentro del tercio medio de su sección. Se la puede obtener a partir del polígono funicular de cargas y para carga uniformemente distribuida sobre el total de la luz esta línea de presiones es parabólica.



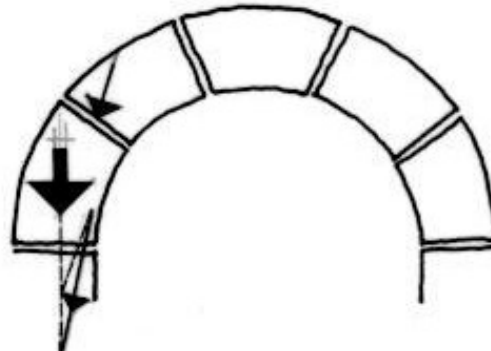
Comenzamos el análisis en la clave de un arco de medio punto (semicircular):

El equilibrio se da según el triángulo vectorial.

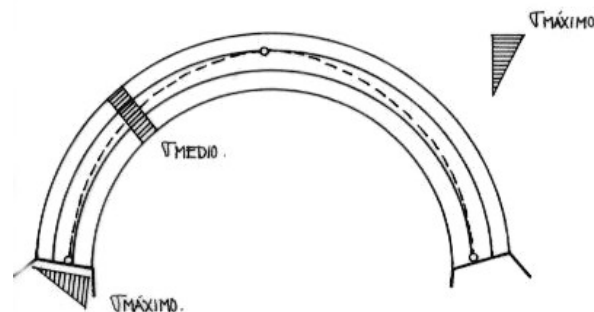


Las piedras contiguas a la clave reciben la acción de ésta y su peso propio.

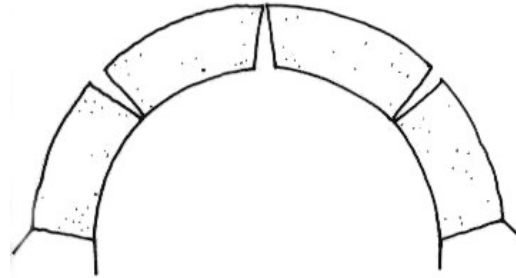
Elas transmiten la resultante de ambas fuerzas.



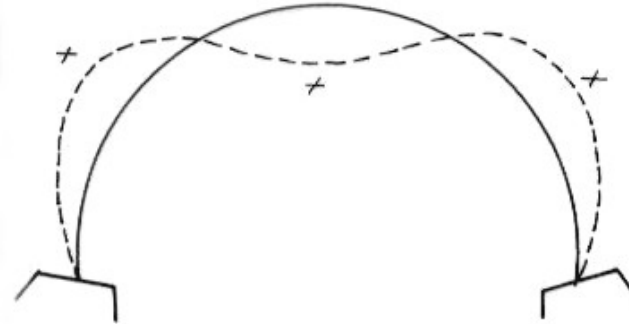
La repetición metódica de la composición de fuerzas piedra a piedra define la línea de presiones del arco.



Por ser una carga distribuida esa línea de presiones será parabólica y se la puede inscribir dentro del tercio medio del espesor del arco de medio punto para que este trabaje a la compresión.



La longitud del eje no cambia cuando se deforma. La rotura típica es en la clave con tracción por debajo, pues las cargas tratan de hundir el arco, y en los riñones, aproximadamente a $\frac{1}{4}$ de la longitud del arco, con tracción por arriba para conservar la longitud del eje del arco.



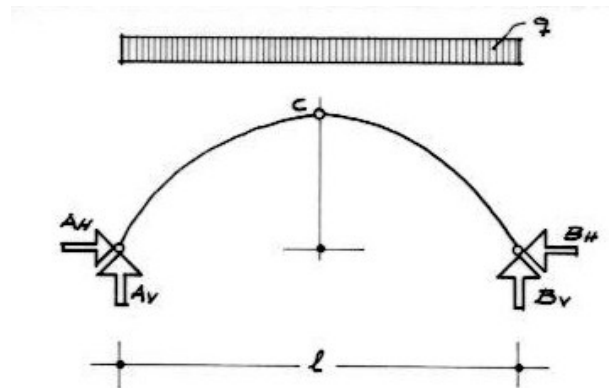
El arco isostático de tres articulaciones, simétrico y con carga uniformemente distribuida tendrá una parábola como línea de presiones, que pasa por las tres articulaciones, en ambos apoyos y en la clave. Cuando el arco no presenta las tres articulaciones del caso isostático, la especificación de la línea de presiones no es tan directa, aunque para la carga uniformemente distribuida seguirá siendo parabólica.

Conclusión: La forma adecuada del arco, aún para puentes (de gran peso propio prácticamente uniformemente distribuido), es la del eje parabólico, para el trabajo interno de compresión.

Los arcos de piedra de trazado circular con juntas radiales, se mantienen desde hace siglos, en primer lugar porque su gran espesor habitual permite inscribir el camino de las fuerzas o línea de presiones dentro del tercio medio de las secciones del arco.

Las juntas radiales generan además componentes tangenciales que pretenden deslizar las piedras en esas juntas. Esto es absorbido por el fuerte rozamiento debido a la componente de compresión y por la rugosidad propia del material.

Arco de tres articulaciones



Determinación de las reacciones de apoyo

Para encontrar las reacciones de apoyo disponemos de:

- Las tres ecuaciones de equilibrio generales

$$\sum V = 0; \quad \sum H = 0; \quad \sum M = 0$$

- Ecuación de condición

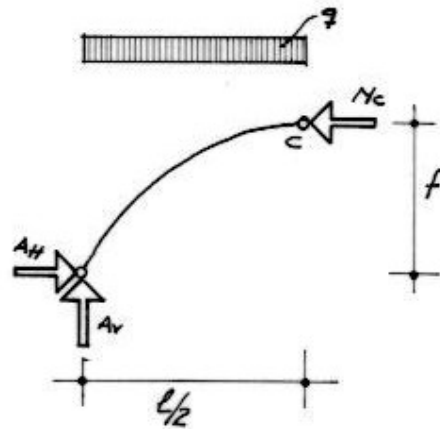
$$M_c = 0$$

Por $\sum V = 0$ $A_V + B_V - q \cdot l = 0$ $\therefore A_V + B_V = q \cdot l$

Por simetría $A_V = B_V = \frac{q \cdot l}{2}$ Tomando momento en A y en B obtenemos idéntico valor.

Por $\sum H = 0$ $A_H - B_H = 0$ $\therefore A_H = B_H$

Pero el problema no se resuelve aún porque ambas reacciones son desconocidas.



Tomando momento respecto a C tenemos:

$$\sum M_C = 0 = -A_H f + A_V \cdot \frac{l}{2} - \frac{q l}{2} \cdot \frac{l}{4}$$

$$0 = -A_H f + \frac{q l}{2} \cdot \frac{l}{2} - \frac{q l}{2} \cdot \frac{l}{4} = -A_H f + \frac{q l^2}{4} - \frac{q l^2}{8}$$

$$A_H = \frac{q l^2}{8 f}$$

De donde podemos deducir que los empujes horizontales del arco son inversamente proporcionales a la flecha (recordar cables).

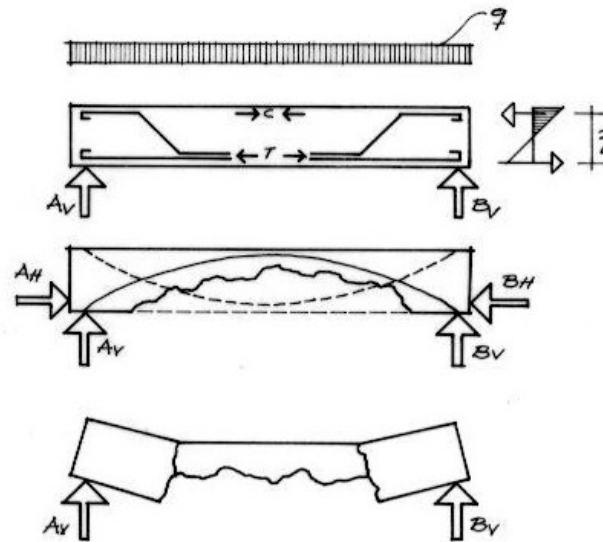
$$\text{Vimos que } A_H = \frac{q l^2}{8 f} = \frac{M_{\max}}{f}$$

Se puede hacer una muy importante y conceptual comparación entre el arco y el cable y la viga simple de dos apoyos.

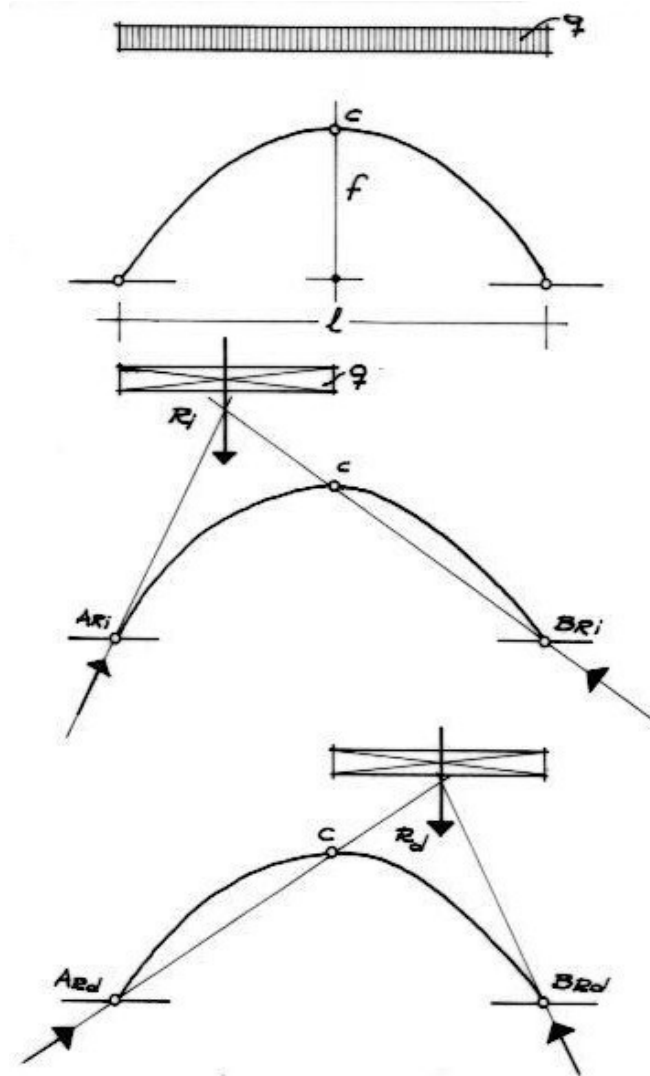
La flecha de cables y arcos cumple la misma función que el brazo interno z de la viga (a).

Si suprimimos la armadura en la viga de $H^0 A^0$, podemos mantener el equilibrio si introducimos reacciones horizontales que reemplacen a las tensiones del acero.

Sin esas fuerzas se produce el colapso de la viga.



Determinación gráfica de las reacciones de apoyo



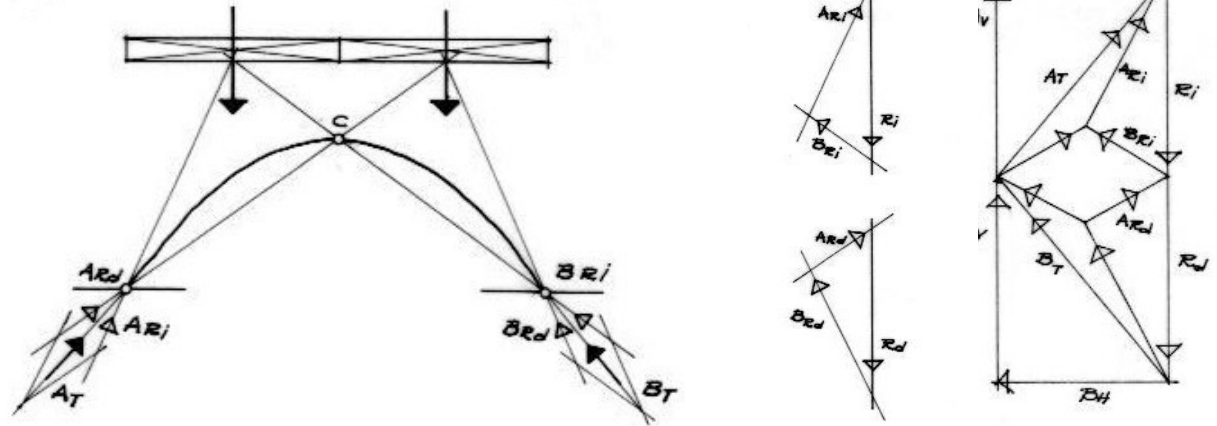
Gráficamente podemos encontrar las reacciones de apoyo del siguiente modo:

- 1- Resolvemos el sistema con la parte izquierda cargada.
- 2- Lo hacemos solamente con la parte derecha cargada.
- 3- Sumamos los resultados.

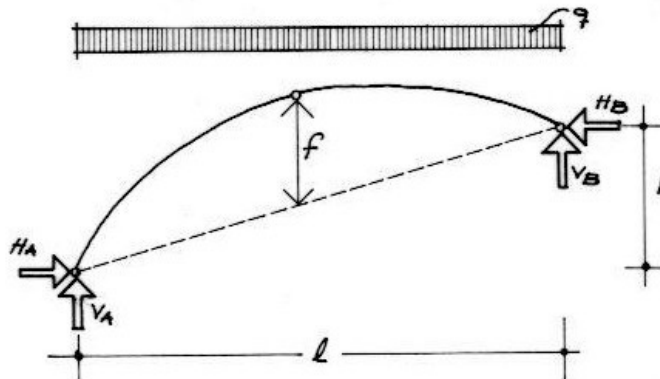
En C (articulación) no puede haber momentos. Por tanto la reacción B_{R1} debe pasar por C. Las tres fuerzas R_1 , A_{R1} y B_{R1} , deben estar en equilibrio.

Cargando ahora la parte derecha.

Sumando ambos casos, encontramos las reacciones A_T y B_T totales así como sus componentes A_V , A_H , B_V , B_H .



Si el arco tiene sus apoyos a distintos nivel, se resuelve de idéntica manera a lo realizado para cables, resultando:

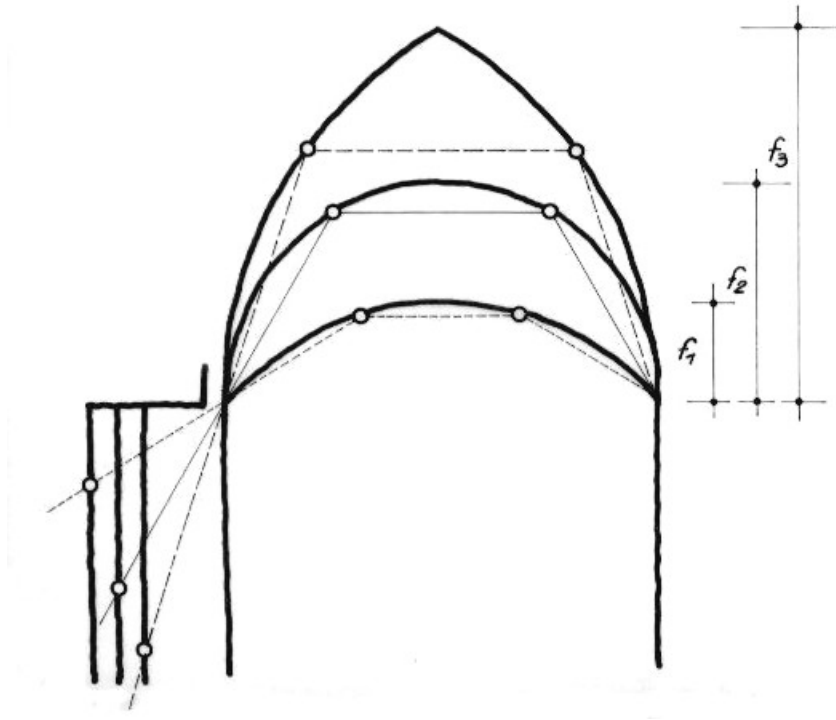


$$H_A = H_B = \frac{ql^2}{8f}$$

$$V_A = \frac{ql}{2} + H_A \cdot \frac{h}{l}$$

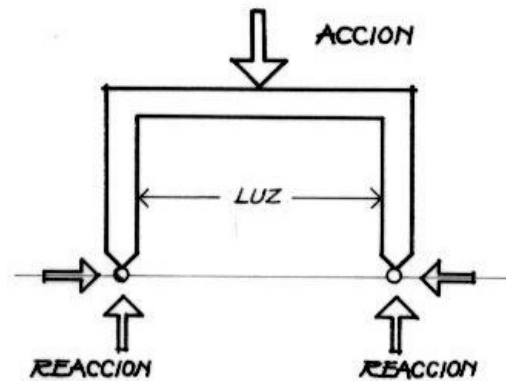
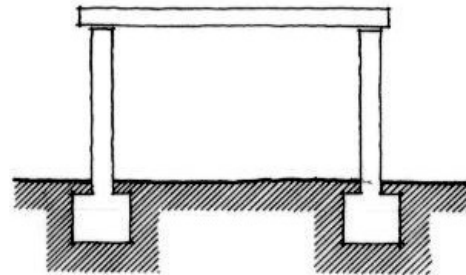
$$V_B = \frac{ql}{2} - H_B \cdot \frac{h}{l}$$

Métodos gráficos para determinar espesores de muros de apoyos de arcos y bóvedas

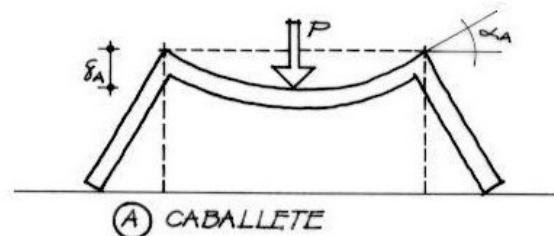


Un método, muy usado por los constructores de la Edad Media, consiste en dividir la directriz del arco en tres partes iguales y procediendo de acuerdo al gráfico. El espesor del muro resulta inversamente proporcional a la flecha, lo mismo que la deducción de H por procedimientos analíticos. Este método intuitivo y empírico permitía garantizar que las reacciones de los apoyos cayeran dentro del tercio medio del espesor del muro.

PÓRTICOS



es por su comportamiento estructural.



El sistema trilitico, usado en la antigüedad, está constituido por una viga simplemente apoyada sobre dos columnas. De esta manera la viga trabaja a la flexión y las columnas a la compresión.

Este comportamiento se modifica en grado substancial si se desarrolla una unión rígida entre la viga y las columnas resistentes a flexión.

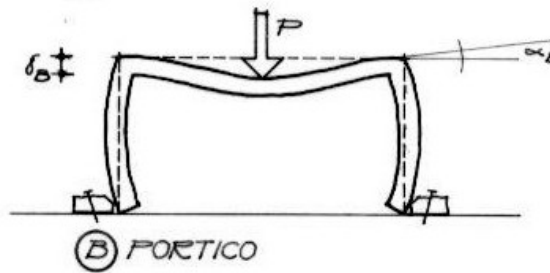
El conjunto así constituido se denomina pórtico. Se comporta de una manera monolítica y es más resistente tanto a las cargas verticales como a las horizontales.

Es una estructura plana, es decir que en él las acciones, reacciones, luces y deformaciones se dan en un mismo plano.

uede considerarse formalmente un pórtico, pero no lo

Partiendo del caballete descrito pueden formarse dos sistemas distintos según sus apoyos. Cargamos ambos con la carga P .

En (A): el caballete está sobre un piso plano. Las patas del caballete se separan.

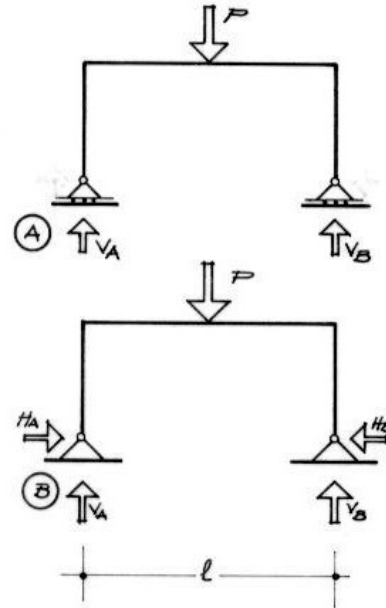
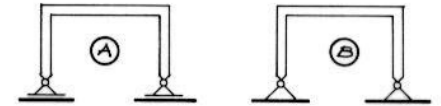


En (B): se colocan tacos en las patas del caballete evitando así su separación. Ahora el sistema es un pórtico.

Observamos:

$$\alpha_A > \alpha_B$$

$$\delta_A > \delta_B$$



En (A), el desplazamiento de las patas del caballete evidencia que no se producen reacciones horizontales.

Para las reacciones verticales bastan las condiciones de equilibrio:

$$\sum V = 0 \quad P = V_A + V_B \quad V_A = V_B = \frac{P}{2}$$

Si bien se trata de un sistema hipostático en equilibrio inestable, para las cargas verticales es estáticamente determinado.

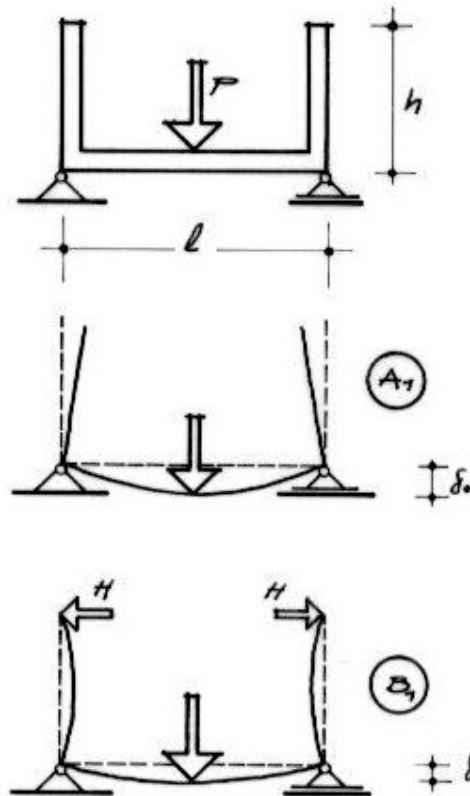
En (B) se evita la separación de las patas con reacciones horizontales.

Por $\sum H = 0$ $H_A = H_B$, pero no se puede calcular con las tres ecuaciones de equilibrio.

El sistema en (B) es estáticamente indeterminado.

Sus reacciones verticales son: $V_A = V_B = \frac{P}{2}$

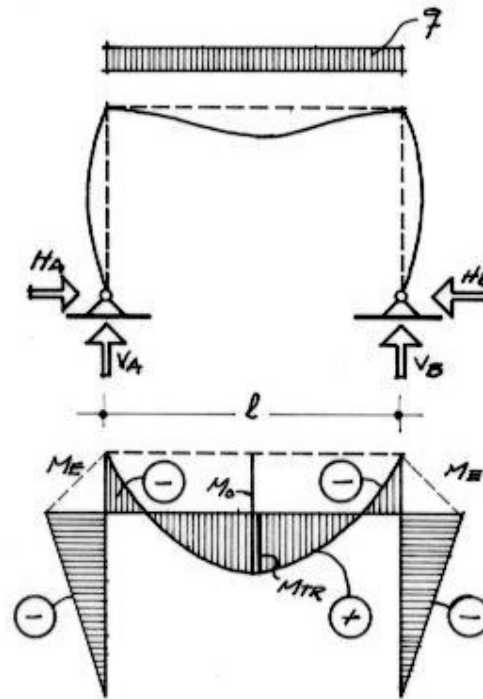
Las diferencias entre los casos (A) y (B) se deben al comportamiento de este último como pórtico. A esto lo podemos ver de la siguiente manera:



Se toma un pórtico invertido bajo la acción de P .

Los tramos verticales giran hacia adentro.

Empujando los tramos verticales hacia afuera, con fuerzas H , la flecha del tramo horizontal disminuye. Como consecuencia de esto el momento en el tramo horizontal también disminuye. Esto es el fundamento del comportamiento estructural del pórtico, logrado a través de un cambio constructivo: dar continuidad a la estructura.



Esta disminución del momento del tramo se da porque las reacciones H provocan un momento de esquina de signo contrario al del momento del tramo, disminuyendo por tanto el valor de este último.

Este momento de esquina vale $H_A \cdot h = H_B \cdot h$

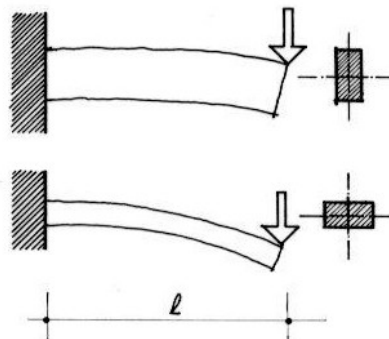
Pero todavía no podemos determinar el valor de las reacciones horizontales pero sí sabemos que son iguales.

$$H_A = H_B$$

$$M_E = H_A \cdot h$$

$$M_{\text{tramo}} = M_D - M_E$$

Influencia de la rigidez



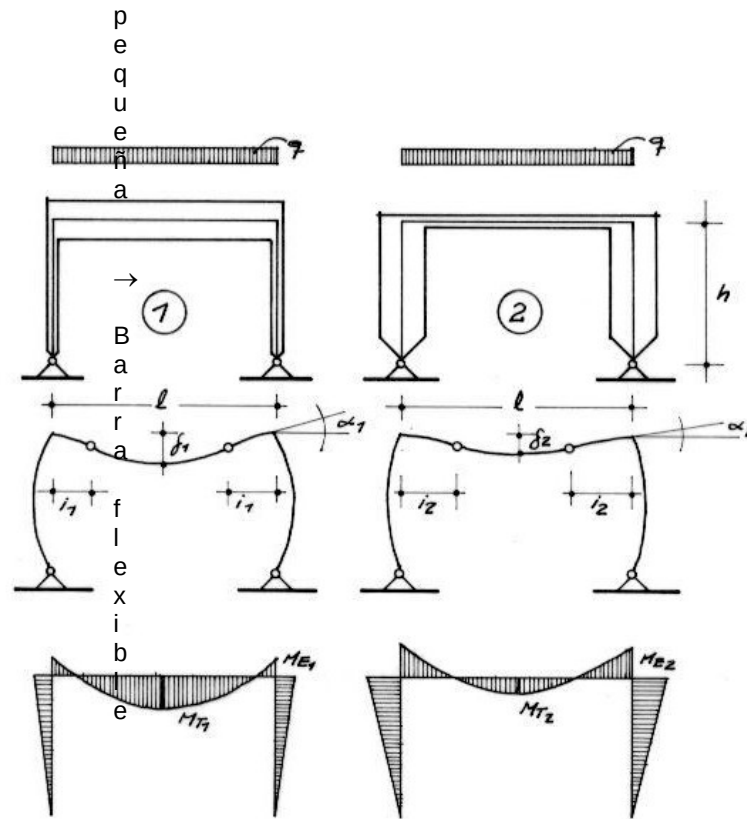
Sabemos que una barra flexible se dobla más fácilmente que otra rígida.

La rigidez de una barra se expresa de la siguiente manera:

$$K = \frac{\text{Momento de inercia de la sección recta}}{\text{Longitud de la barra}}$$

K grande $\rightarrow$ Barra rígida

Relación de rigideces entre los tramos vertical y horizontal



El comportamiento estructural (deformaciones y transmisión de cargas) de los pórticos biarticulados estáticamente indeterminados, se puede precisar a través de la relación de rigideces entre viga y columnas del pórtico.

$$\begin{aligned} \alpha_1 &> \alpha_2 \\ \delta_1 &> \delta_2 \\ i_1 &> i_2 \\ M_{E1} &< M_{E2} \\ M_{T1} &> M_{T2} \end{aligned}$$

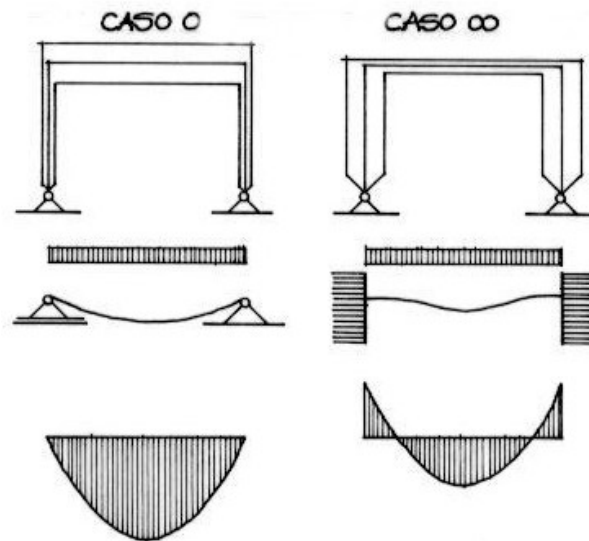
Como $M_{E1} = h.H_1$ y $M_{E2} = h.H_2$ es $H_1 < H_2$

Con H_1 y H_2 las reacciones horizontales en los casos (1) y (2).

Cuanto más rígido es el tramo vertical (columna) con relación al horizontal (viga), resulta:

- Mayor reacción horizontal H
- Mayor momento de esquina M_E .
- Menor momento máximo del tramo horizontal M_T .
- Menor flecha en el tramo horizontal.
- Dimensiones más económicas del tramo horizontal cuyo peso propio influye mucho.
- Más lógico diseño del pórtico.

El valor de la reacción H



Consideramos dos casos límite:

Caso 0 : $K = 0$ tramos verticales infinitamente flexibles.

Caso ∞ : $K = \infty$ tramos verticales infinitamente rígidos.

El primero es el caso de la viga de simple apoyo.

$$M_{T0} = \frac{q.l^2}{8} \quad M_{E0} = 0$$

El segundo es el caso de la viga biempotrada:

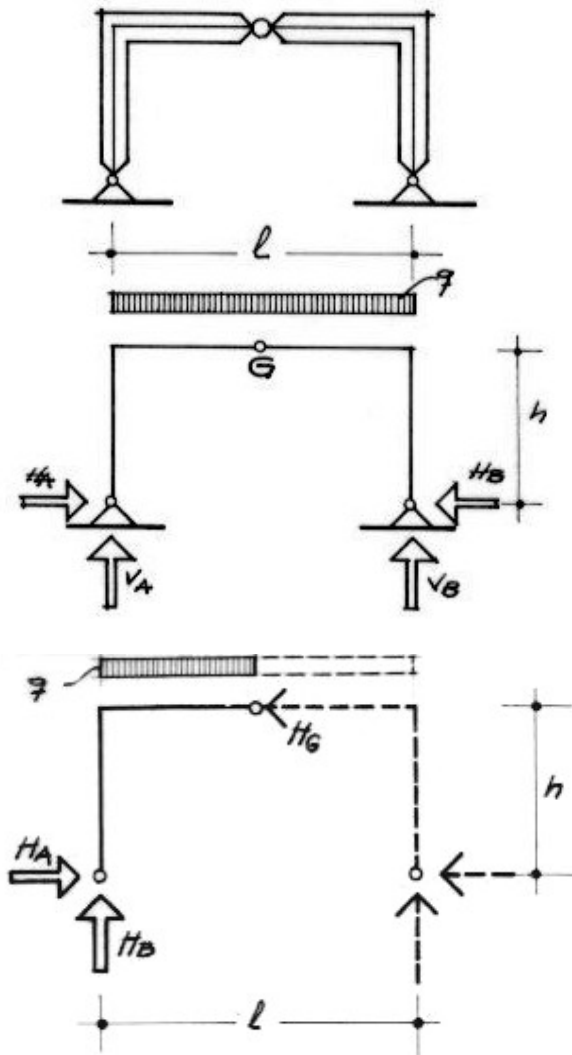
$$M_{E\infty} + M_{T\infty} = \frac{q.l^2}{8} \quad M_{E\infty} = 2M_{T\infty}$$

$$M_{T\infty} = \frac{1}{3} M_{T0} = \frac{q.l^2}{24}$$

Para determinar las solicitaciones en estos pórticos estáticamente indeterminados se pueden utilizar las tablas de la bibliografía (Ing. Virla) y con esos valores dimensionar.

$$M_{E\infty} = \frac{2}{3} M_{T0} = \frac{ql^2}{12}$$

Pórtico de tres articulaciones



El pórtico de tres articulaciones se comporta como el arco de tres articulaciones.

Es un sistema estáticamente determinado. El valor de las reacciones depende solamente de las cargas y de las dimensiones del sistema y se las puede obtener con las ecuaciones de equilibrio.

Reacciones de apoyo

$$\sum V = 0 \quad ql = V_A + V_B \quad \text{por simetría}$$

$$V_A = V_B = \frac{ql}{2}$$

Para determinar las reacciones H planteamos la sumatoria de momentos de una mitad del pórtico respecto a G.

$$\sum M_G = 0$$

$$-H_A \cdot h + V_A \cdot \frac{l}{2} - q \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} = 0 \quad V_A = \frac{ql}{2}$$

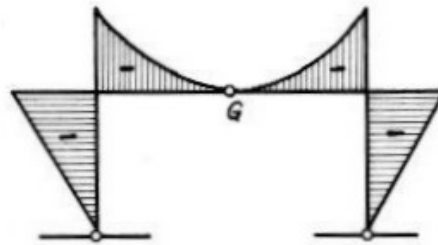
$$-H_A \cdot h + \frac{ql}{2} \cdot \frac{l}{2} - q \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} = 0$$

$$\text{Despejando obtenemos:} \quad H_A = \frac{ql^2}{8h}$$

Despejando o b t e n e

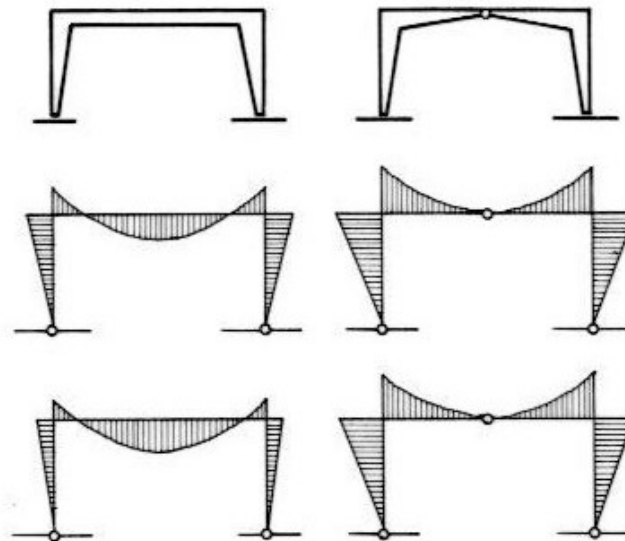
Por $\sum H = 0$ es $H_A - H_B = 0 \quad \therefore \quad H_A = H_B$

Diagrama de momentos



El momento en el centro del tramo es cero por haber una articulación. Como consecuencia, el valor del momento de esquina es:

$$M_E = M_B = \frac{q \cdot l^2}{8}$$



En el pórtico de tres articulaciones las reacciones horizontales y los momentos de esquina no se ven influenciados por la relación de rigideces entre los tramos del pórtico.

En una región sísmica, luego de algunos movimientos ceden las fundaciones de dos pórticos, uno biarticulado y el otro triarticulado. Las fundaciones ceden hacia fuera.

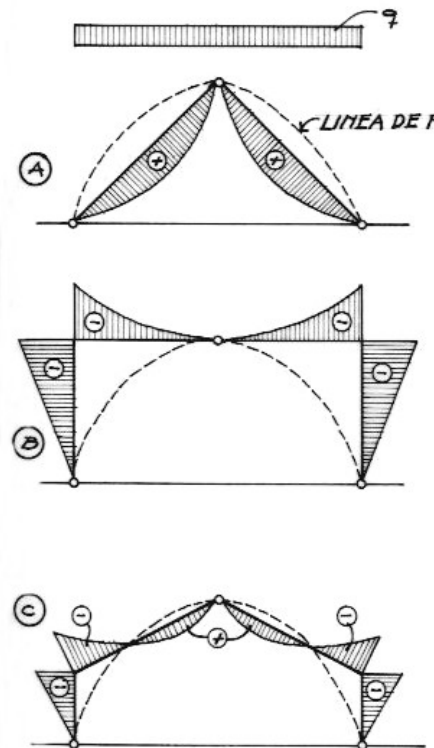
El movimiento horizontal es insignificante por lo que h y M_E cambian muy poco en el pórtico triarticulado. Mientras que en el pórtico de dos articulaciones la reacción H , y con ella, M_E , pueden cambiar tanto que el *Momento Máx. de tramo* crezca tanto que la construcción quede sobreexigida, con riesgo de colapso.

Por tanto es preferible el pórtico triarticulado en terrenos donde pueden producirse movimientos o asentamientos diferenciales.

El pórtico de tres articulaciones con dintel recto horizontal, presenta el mismo momento máximo de la viga simplemente apoyada de igual luz y carga, aunque con signo invertido, en un diagrama de momentos totalmente negativo.

En un pórtico triarticulado, el signo de los momentos flectores depende de la posición relativa de la traza del pórtico con respecto a la línea de presiones definida por el esquema de carga y la ubicación de las tres articulaciones.

Podemos considerar dos casos límites:



(A) Con toda la estructura “*por dentro*” de la línea de presiones. La totalidad de los diagramas de momentos serán positivos.

(B) Con toda la estructura “*por fuera*” de la línea de presiones. La totalidad de los diagramas de momentos serán negativos.

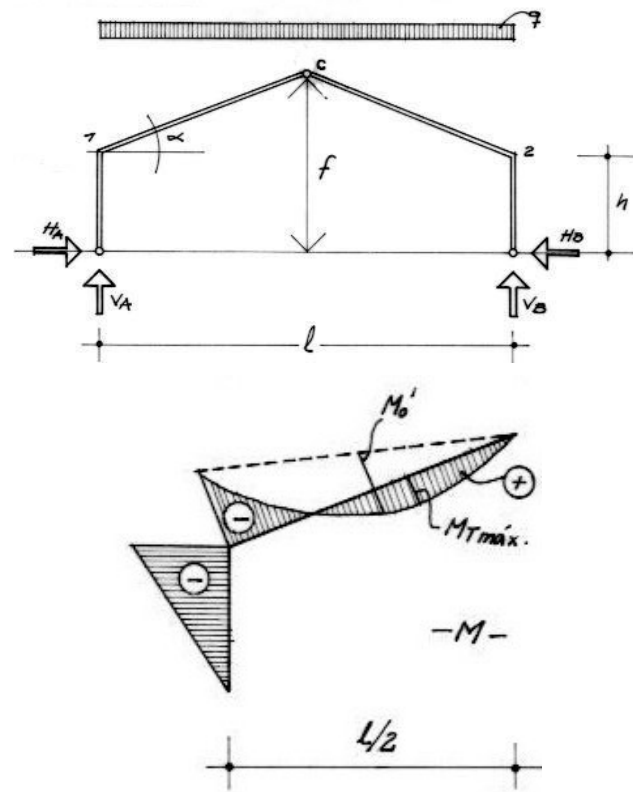
(C) De acuerdo a los dos casos anteriores podemos deducir que lograremos una distribución más económica de momentos flectores en el pórtico triarticulado haciendo un trazado del mismo que en parte esté por dentro y en parte por fuera de la línea de presiones, obteniéndose el pórtico de la figura.

Se buscará además que el eje de la estructura se aleje lo menos posible de la línea de presiones buscando de esa manera reducir aún más los momentos.

Se definirán los puntos de cruce de la línea de presiones con el eje de la estructura como “*puntos de inflexión*” para el correspondiente estado de cargas, con lo que resultará la distribución del diagrama de momentos flectores en zonas positivas y negativas. Finalmente se resolverá el cálculo estático total.

Es conveniente aclarar que el diseño estructural basado en una línea de presiones corresponde a un estado de cargas y no vale para otros, por eso debe definirse el más importante a los efectos del diseño básico de la estructura.

Reacciones y diagramas de esfuerzos



Por simetría de forma y de carga

$$V_A = V_B = \frac{ql}{2} \text{ lo que se puede verificar con}$$

$$\sum M_B = 0 \quad \text{y} \quad \sum M_A = 0 \quad \text{respectivamente}$$

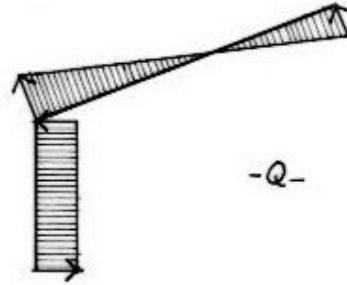
$$\text{Igualmente} \quad H_A = H_B = \frac{ql^2}{8f}$$

Diagrama de M

$$M_1 = M_2 = -H_A \cdot h$$

Conceptualmente se puede completar el diagrama “colgando” la parábola dada por la carga distribuida sobre la mitad de la luz.

$$M_0' = \frac{ql'^2}{8} \quad \text{con} \quad l' = \frac{l}{2} \quad \text{es} \quad M_0' = \frac{ql^2}{32}$$



Para las columnas:

$$Q_A = Q_{1izq} = |Q_{2D}| = |Q_B|$$

$$Q_A = H_A = |H_B| = \frac{q \cdot l^2}{8}$$

Para el dintel: $Q_{1der} = V_A \cdot \cos \alpha - H_A \cdot \sin \alpha$

Con $\alpha = 0$, es decir, con dintel horizontal, $\cos \alpha = 1$ y

$\sin \alpha = 0$, con lo que: $Q_{1der} = V_A = \frac{q \cdot l}{2}$

Este valor de corte disminuye linealmente por la influencia de la carga distribuida, pasando por 0 (cero) en el punto de $M_{max \text{ tramo}}$ y llegando a la articulación con el valor:

$$Q_c = -H_C \cdot \sin \alpha$$

Diagrama N

Resulta inmediato para las columnas:

$$N_A = N_{izq} = N_B = N_{2der} = V_A = V_B = -\frac{q \cdot l}{2}$$

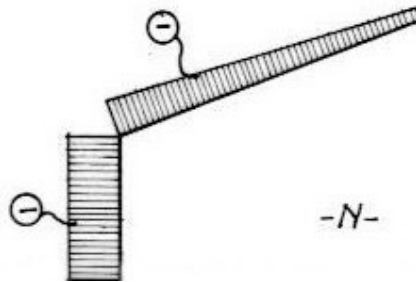
Para el dintel, en el arranque de las esquinas (1):

$$N_{1der} = -H_A \cos \alpha - V_A \sin \alpha$$

Con dintel horizontal $\cos \alpha = 1$ y $\sin \alpha = 0$, por lo que en ese caso $N_{1der} = -H_A = -\frac{q \cdot l^2}{8f}$

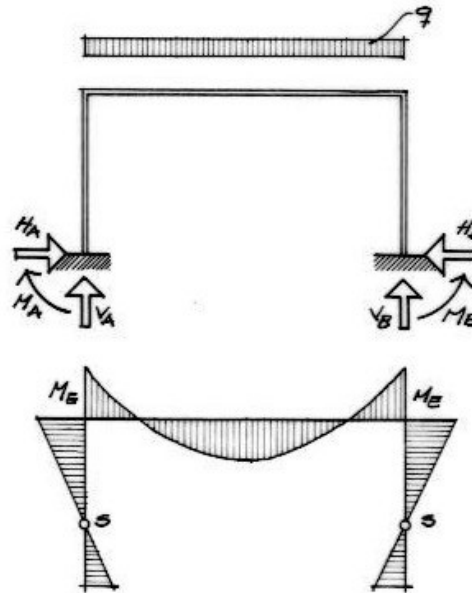
Para el caso de la figura, el N_{1der} disminuirá linealmente por la influencia de la carga distribuida, para llegar a C con el valor:

$$N_c = -H_C \cdot \cos \alpha$$



El pórtico biempotrado

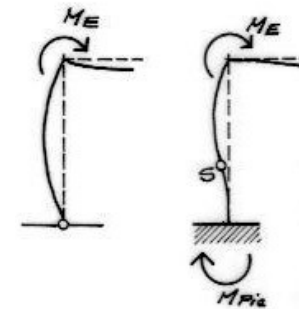
En la práctica la materialización de articulaciones complica la etapa constructiva. Desde ese punto vista el pórtico biempotrado es más sencillo pero presenta una triple indeterminación estática.



Su diagrama de momentos coincide desde el punto s con el del pórtico biarticulado. El momento en la esquina será el doble que en la base.

$$i = \frac{1}{3}h$$

$$M_E = 2M_{pie}$$



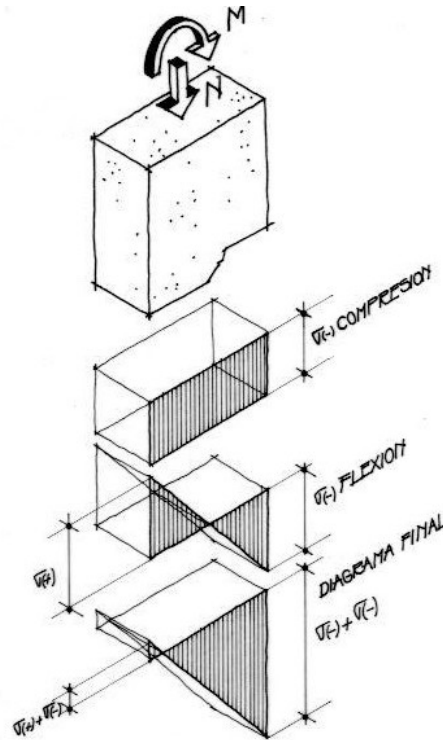
Para la determinación aproximada de reacciones y momentos se pueden usar las tablas del Ing. Virla.

Dimensionado a flexión compuesta

Las piezas de un pórtico están sometidas a esfuerzos de flexión compuesta, es decir, flexión combinada con esfuerzos normales de compresión o tracción.

Por flexión	→	Tracción y compresión
Por esf. Normal	→	Tracción ó compresión

Interpretación gráfica del fenómeno tensional de una columna de pórtico



Considerando una sección cualquiera del tramo vertical (o parante) de un pórtico, tenemos:

Las tensiones finales resultan de la suma algebraica de las tensiones provocadas por los esfuerzos normales, en este caso compresión, con las tensiones provocadas por el esfuerzo de flexión.

Por N: es $\sigma = \omega \frac{N}{A}$ ω porque en general son piezas esbeltas, con riesgo de pandeo.

Por M: $M = \sigma \cdot W$ $\therefore \sigma = \frac{M}{W}$

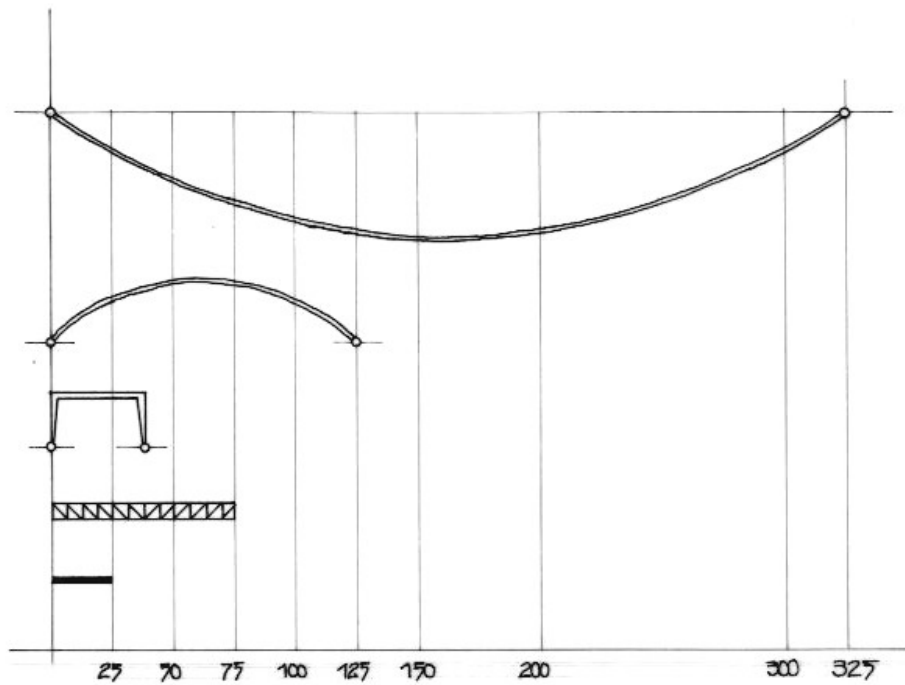
Las tensiones máximas correspondientes a los bordes serán:

Borde exterior: $\sigma = -\omega \frac{N}{A} + \frac{M}{W}$

Borde interior: $\sigma = -\omega \frac{N}{A} + \left(-\frac{M}{W} \right)$

En ambos casos, el valor absoluto de los resultados deberá ser menor que la tensión admisible.

Posibilidades estructurales de los distintos sistemas estudiados, para un mismo material (acero) e idénticas cargas por metro lineal.



SISTEMA	VIGA DE ALMA LLENA	VIGA RETICULADA	PORTICO BIARTICUL.	ARCO BIARTICUL.	CABLE
LUZ	25m	70m	35m	125m	330m
ALTURA DE CONSTRUCC.	$h=1,00m$	$h=5,75m$	$h=8,00m$	$f=25m$	$f=70m$

HORMIGÓN PRETENSADO

Hablar de hormigón pretensado es hablar de conceptos como: eficiencia, tecnología apropiada y tipos estructurales.

Eficiencia: salvar luces con la menor cantidad de material posible. Cubrir más con menos, relacionando la forma, las cargas, las solicitaciones, los materiales y sus potencialidades, de una forma eficiente y económica. Existe una eficiencia estructural y una eficiencia constructiva.

Tecnología apropiada: adaptar el material eficientemente a una nueva tecnología o a viejas tecnologías estructurales.

Tipos estructurales: conjunto de elementos resistentes capaces de mantener su forma y cualidades a lo largo del tiempo bajo la acción de cargas y agentes exteriores, garantizando la función estática.

Reseña histórica

El hormigón pretensado ha sido el último material desarrollado en la búsqueda de una técnica de la construcción previa a la incorporación de los plásticos.

En 1886 el americano Jackson solicitó una patente para un invento cuyo objetivo era hacer más fuertes los elementos estructurales mediante el tensado de las armaduras.

En 1888 el alemán Doering obtuvo una patente para tensar armaduras mediante dispositivos adecuados para evitar la producción de grietas en el Hº.

Desde esa fecha se efectuaron numerosos intentos para mejorar el Hº Aº mediante el tensado de las armaduras. Pero en estos experimentos se utilizó acero con un reducido límite elástico y hormigón de baja calidad, lo cual determinó que la tensión inicial del acero se perdía al cabo de un tiempo reducido.

A pesar de que se sospechaban las ventajas del pretensado, lo único que se había logrado era en general reducir la fisuración del hormigón.

En 1928 el francés Freyssinet, lleva a la práctica su teoría sobre la importancia de la fluencia del acero y la retracción del hormigón, y la necesidad de reducir sus efectos mediante la utilización de materiales (acero y hormigón) de mejor calidad.

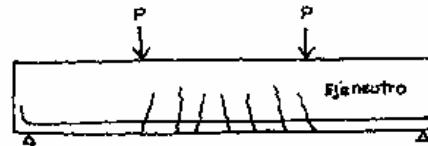
Surgen hilos de acero de alta calidad, posteriormente endentados para mejorar la adherencia con el hormigón.

Se comienza a experimentar distintos tipos de curado, para obtener una rápida dureza.

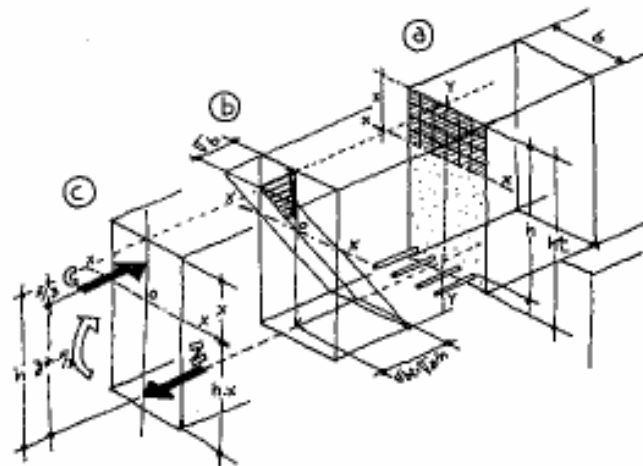
En Europa, en la época de la postguerra, como consecuencia de la escasez de materiales y de mano de obra calificada surge la fabricación de elementos pretensados, tecnología que aparece como el resultado del ingenio del hombre, combinando dos grandes gigantes de la construcción: la prefabricación y el pretensado que evita encofrados onerosos y reduce la mano de obra.

En los años '60 comienza en la Argentina la fabricación de viguetas pretensadas, instalándose en los años '70 una docena de fábricas.

Concepto estructural



Una viga de hormigón sin armadura, por las tracciones en su parte inferior, puede llegar a fisurarse pues su resistencia a la tracción es muy pequeña.

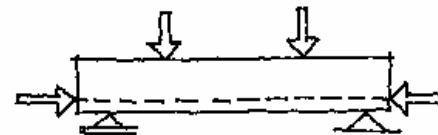


La incorporación del acero al hormigón impide esa fisuración y cuando se dimensiona, se supone la zona de tracción fisurada y se confía la resistencia de las tracciones a las armaduras.

Es decir, que el hormigón por debajo del eje neutro no cumple ninguna función estructural, únicamente la de cubrir el acero, o sea que el material está prácticamente desperdiciado.

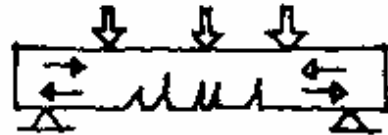
El hormigón pretensado es una técnica constructiva que consiste en someter a una pieza de hormigón a una fuerza de compresión previa aplicada en la zona que debería resistir esfuerzos de tracción. Esta precompresión compensa en parte las tracciones que aparecen cuando se flexiona la pieza sometida a una carga.

Las armaduras se tensan antes de verter y fraguar el hormigón, de allí su nombre de pretensado. Debe distinguirse del hormigón postensado, en el que el acero, colocado en vainas, se tensa después de endurecido el hormigón.



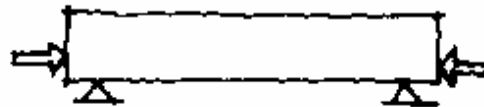
Entonces, con el hormigón pretensado, por las tensiones de compresión previas, se logra aprovechar toda esa masa de hormigón que en el H° A° convencional no se la usaba, constituyendo una sección, cuyo material trabaja en su totalidad y sin zonas inertes. Esas tensiones de compresión que aparecen por debajo del eje neutro absorben en parte la tracción que surge como consecuencia de la flexión.

Materialización del efecto: de lo deformatorio a lo tensional.



Una viga de H° simple cargada, al aumentar la carga, se deforma, se fisura y se rompe bruscamente.

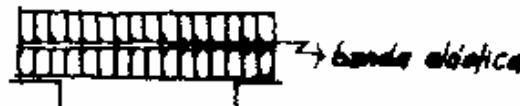
Si se aplica la fuerza de precompresión adecuada donde se manifiestan las tracciones, la viga puede soportar esas cargas sin problemas.



Una forma muy simple de comprender la precompresión es ejemplificando con una fila de libros que se transportan precomprimiéndolos con las manos.



Otra forma de ejemplificar es mediante una serie de tablitas que se encuentran unidas mediante una banda elástica, la que incorpora una tensión de compresión sobre las mismas. El elástico está estirado, es decir traccionado, mientras que las tablitas están apretadas, es decir, comprimidas. Mediante la pretensión del elástico se puede precomprimir todos los elementos que forman la viga.



El arco de piedra atensorado constituye la estructura lineal ideal, en donde la compresión se localiza en el cordón de piedra y el tensor toma las tracciones en forma separada, resistiendo ambas a la vez la flexión.

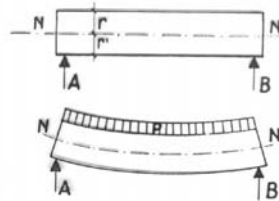
El H° pretensado encierra el trabajo del arco ampliando sus posibilidades.



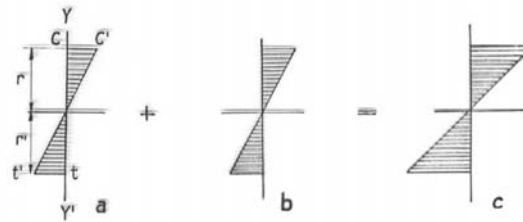
En todos los casos la precompresión se ejerce sobre aquellas zonas de la sección de la pieza, que cargada, debe resistir esfuerzos de tracción.

Diagramas tensionales

Si suponemos una viga bajo la acción de su peso propio y cargas exteriores, obtenemos los siguientes diagramas tensionales:



Diagramas de esfuerzos debidos a:



a) peso propio de la viga

b) carga exterior

c) suma de los dos estados tensionales

Si le colocamos un cable de acero en la línea neutra y lo tensamos, se producirá una compresión longitudinal, que sumado a las tensiones producidas por las cargas, se pueden obtener los siguientes diagramas tensionales:

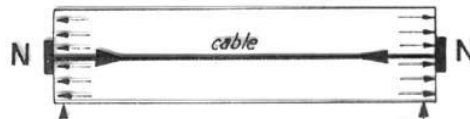
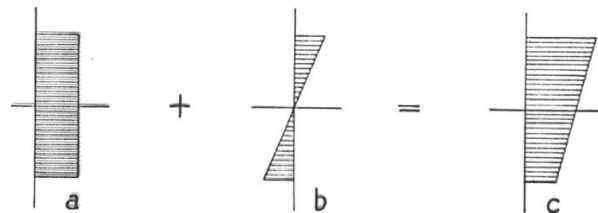


Diagrama de esfuerzos debidos a



a) pretensado

b) peso propio

c) suma de los dos estados tensionales

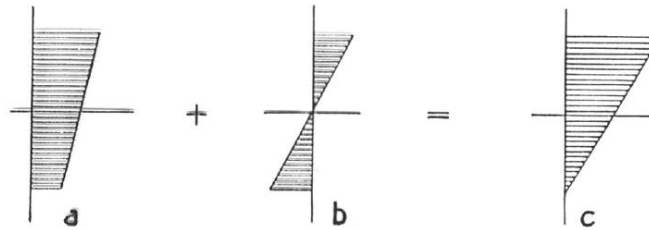


Diagrama de esfuerzos debidos a

- a) pretensado + peso propio (diagrama c anterior)
- b) sobrecarga
- c) suma de los dos estados tensionales

Como podemos observar, en esta viga pretensada sometida a cargas, el diagrama resultante es de compresión. Vemos que se aprovecha en mayor medida la capacidad resistente del Hº para resistir el momento flector, si lo comparamos con los diagramas anteriores, sin pretensión.

Si desplazamos los cables, mediante los cuales se introduce la precompresión, hacia las fibras inferiores, aumentan los esfuerzos de compresión abajo y disminuyen arriba. En particular, si son colocados a 1/3 de la altura, a partir de la base, se obtendrá un máximo de compresión abajo y compresión nula en las fibras superiores.

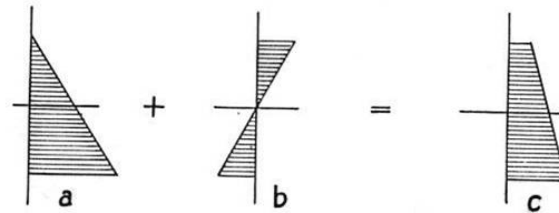
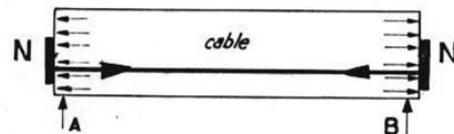


Diagrama de esfuerzos debidos a:

- a) Pretensado
- b) peso propio
- c) suma de los dos estados tensionales

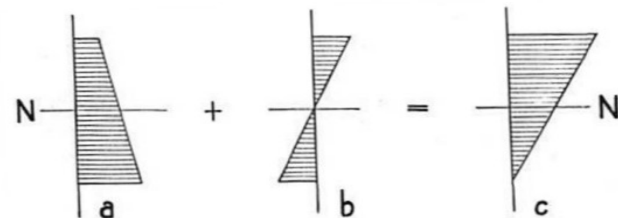


Diagrama de esfuerzos debidos a:

- a) pretensado + peso propio (diagrama c anterior)
- b) sobrecarga
- c) suma de los dos estados tensionales

Si desplazamos aún más los cables hacia abajo aumentan los esfuerzos de compresión abajo pero aparecen los de tracción arriba.

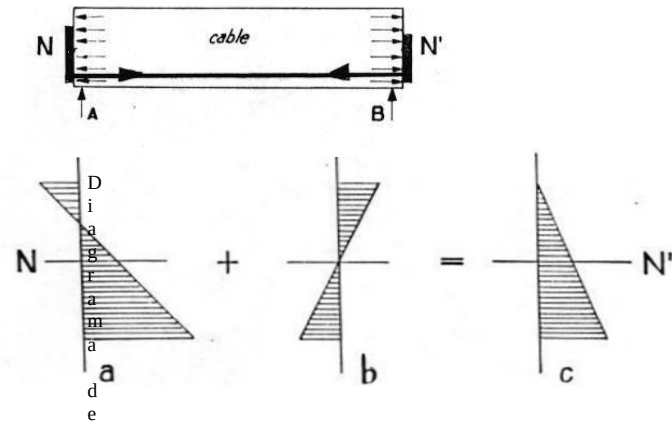
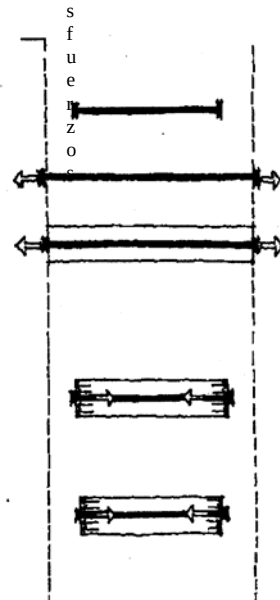


Diagrama de esfuerzos debidos a:

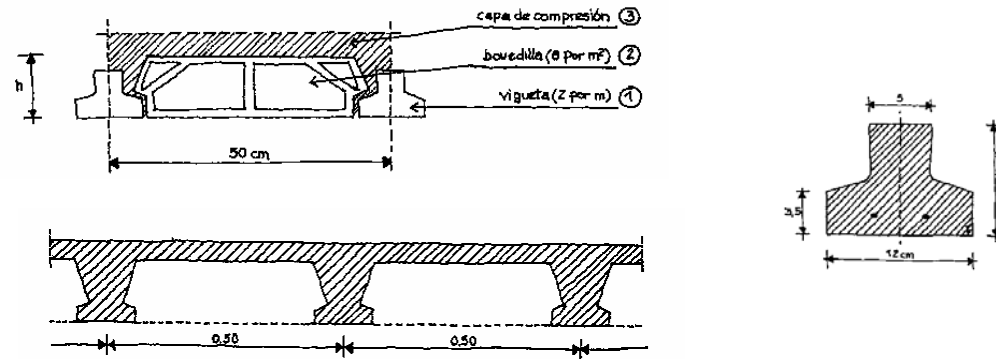
- a) pretensado
- b) carga
- c) suma de los dos estados tensionales

Proceso constructivo



- 1) El acero está sin tensión.
- 2) La barra es estirada por sus extremos mediante gatos hidráulicos.
- 3) Se vierte el hormigón en el encofrado.
- 4) Cuando fragua el Hº se desprende el acero de los gatos hidráulicos y por su elasticidad tiende a recuperar su estado original y a consecuencia de la adherencia de esta barra con el Hº, se ejercen fuerzas que comprimen el mismo

Este principio de la precompresión, en nuestro medio, es muy usado en la prefabricación de viguetas, conocidas como viguetas pretensadas, que son usadas para construir losas de H^o A^o, junto a bovedillas y a una capa de compresión de hormigón. El sistema así constituido es el que se muestra en la siguiente figura:

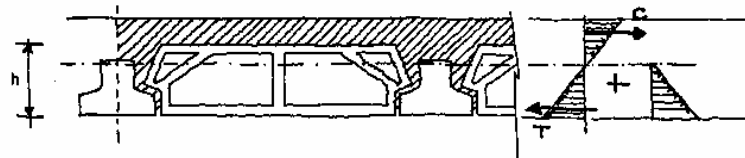


La vigueta, ubicada en la zona traccionada de la losa, constituye su armadura y por lo tanto tiene como función absorber las tracciones que se producen. Esas tensiones de tracción son absorbidas parcialmente por la precompresión existente.

La capa de compresión, ubicada en la zona de compresión de la losa, absorbe, como su nombre lo indica, las compresiones.

La bovedilla, es un ladrillo de una forma adecuada al sistema constructivo presentado, que puede ser de cerámica, de hormigón o de telgopor. Cumple con la función de relleno o encofrado perdido y su altura, junto con la capa de compresión, permite establecer el brazo elástico entre las fuerzas de tracción y compresión, que generarán el momento resistente de la losa.

El diagrama tensional de la losa sometida a cargas será la suma de los diagramas correspondientes a la flexión más el correspondiente a la precompresión de la vigueta, tal como se puede observar en la siguiente figura.



Los apoyos de una viga no siempre se encuentran al mismo nivel, tal es el caso de vigas de cubiertas y escaleras que necesitan apoyos ubicados a diferentes alturas. De este modo podemos tener diferentes formas de ejes de vigas.

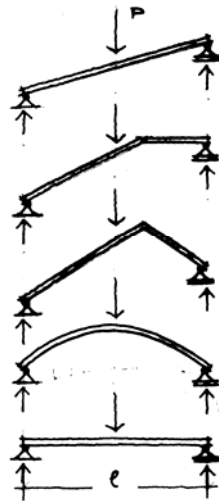


Fig. 1

Si queremos sustentar isostáticamente estas vigas debemos disponer de un apoyo fijo y otro móvil, tal como procedimos en vigas horizontales. El apoyo fijo evita el deslizamiento de la viga, y el apoyo móvil sólo soporta un esfuerzo normal a la superficie de apoyo, por lo que conocemos la dirección de su reacción.

Cualquiera sea la forma del eje de la viga si los apoyos son los mencionados y la dirección de las cargas es paralela a la dirección de la reacción del vínculo simple o móvil, las reacciones en los apoyos y momentos flectores pueden calcularse como si fuese una viga de eje recto horizontal bajo las mismas condiciones de apoyo, de cargas, y de luz. El esfuerzo de corte toma diferentes valores y aparecen esfuerzos normales o axiles (fig 1).

Si la reacción del apoyo móvil no es paralela a las cargas, como por ejemplo el caso de una escalera apoyada contra la pared, su comportamiento es diferente, pues el apoyo fijo deberá evitar el deslizamiento de la escalera y por lo tanto aparecerá una componente horizontal (fig. 2).

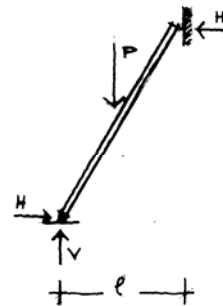
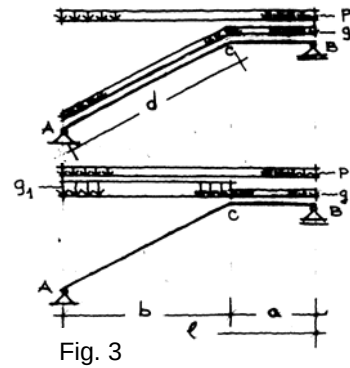


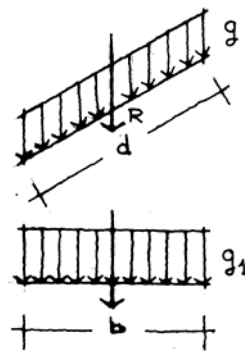
Fig. 2

Sea por ejemplo una viga de eje quebrado de la siguiente forma, sobre la que actúan (fig. 3):



- Sobrecarga p que actúa en proyección horizontal.
- Carga permanente o peso propio g que actúa a lo largo del desarrollo de la viga

Para poder sumarlas, y obtener la carga q , hay que transformar la carga g del tramo inclinado en una carga horizontal. A esa carga g horizontalizada la llamaremos g_1 .



Para determinar su valor se parte de la condición de que las resultantes de los diagramas de carga correspondientes a g y g_1 deben ser iguales (fig. 4).

$$R = g \cdot d = g_1 \cdot b$$

$$g_1 = g \cdot \frac{d}{b}$$

El valor de g_1 resulta mayor que el de g . Al horizontalizar una carga su valor aumenta.

Se obtiene así el siguiente esquema de carga (fig. 5):

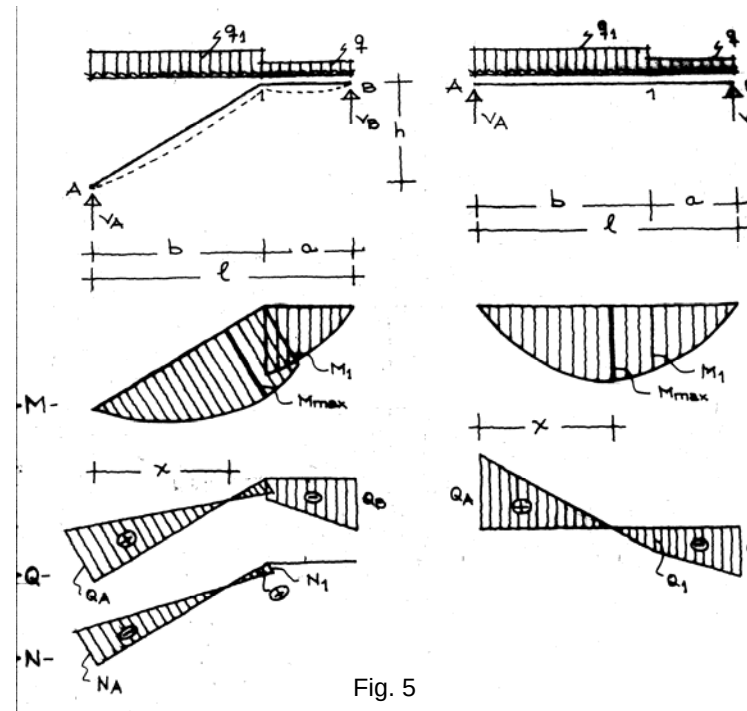


Fig. 5

$$q_1 = p + g_1$$

$$q = p + g$$

Determinación de las reacciones mediante las ecuaciones de equilibrio:

$$\sum M_B = 0 \quad \Rightarrow \quad V_A$$

$$V_A \cdot l - q_1 \cdot b \left(\frac{b}{2} + a \right) - q \frac{a^2}{2} = 0$$

$$V_A = \frac{q_1 \cdot b}{l} \left(\frac{b}{2} + a \right) + \frac{q \cdot a^2}{2l}$$

$$\sum V = 0$$

$$V_A + V_B - q_1 \cdot b - q \cdot a = 0 \quad \Rightarrow \quad V_B = q_1 \cdot b + q \cdot a - V_A$$

Las reacciones V_A y V_B de esta viga de eje quebrado no son iguales entre sí por el estado de carga asimétrico que presenta, pero no por la diferencia de altura entre los apoyos (h), ya que en las expresiones de V_A y V_B obtenidas, esa altura h no interviene.

Si se tuviera un estado de carga simétrico las reacciones verticales serían iguales entre sí, e iguales a las reacciones de una viga de eje recto horizontal de igual luz, carga y condiciones de apoyo.

Este tipo estructural, con estas condiciones de apoyo y bajo la acción de cargas verticales, no genera reacciones horizontales. A esto lo podemos comprobar fácilmente haciendo $\sum H = 0$

Trazado de diagramas

Diagrama de Momento Flector:

Para el trazado de los diagramas, los esfuerzos de sección se calculan en los extremos de tramos que tengan igual ley de variación de carga.

$$M_A = 0$$

$$M_B = 0$$

$$M_1 = V_A \cdot b - q_1 \frac{b^2}{2}$$

El valor del momento flector de una viga de eje quebrado es igual al de una viga de eje recto horizontal de idéntica luz y carga.

Diagrama de Esfuerzo de Corte:

Para trazar el diagrama de corte, en el tramo inclinado, hay que obtener las componentes de las fuerzas que actúen en forma normal al eje de la viga. En el tramo horizontal ya no hará falta descomponer.

$$Q_A = V_A \cdot \cos \alpha$$

$$Q_{1i} = Q_A - q_1 b \cdot \cos \alpha$$

$$Q_{1d} = V_A - q_2 b$$

$$Q_B = -V_B$$

Diagrama de Esfuerzo Normal:

Para trazar el diagrama de esfuerzos normales, en el tramo inclinado, hay que obtener las componentes de las fuerzas que actúen en la dirección del eje de la viga. En el tramo horizontal no habrá esfuerzos normales al no existir reacciones horizontales.

$$N_A = -V_A \cdot \sin \alpha$$

$$N_1 = -N_A + q_2 b \cdot \sin \alpha$$

La presencia de esfuerzos normales en el tramo inclinado pone en evidencia el diferente comportamiento estructural de una viga de eje recto horizontal y una de eje recto inclinado. La viga de eje recto inclinado estará sometida a un esfuerzo de flexocompresión, mientras que en la de eje recto horizontal sólo habrá flexión. Cuanto mayor sea la inclinación mayor será el efecto de los esfuerzos normales. Si la inclinación es pequeña se pueden llegar a depreciar los esfuerzos normales.

Dimensionado

El dimensionado puede realizarse a flexión porque es en general el esfuerzo más desfavorable. Además, observando los diagramas tensionales vemos que donde se dan los mayores valores de momento flector $Q = 0$ y $N = 0$. Debemos verificar además el esfuerzo cortante en los apoyos donde están los valores máximos.

En acero:

$$W_{nec} = \frac{M_{max}}{\sigma_{adm}} \Rightarrow \text{Tabla} \Rightarrow \text{adoptar el perfil}$$

$$\tau = \frac{Q_{max}}{d.z} \leq \tau_{adm} \text{ con } d = \text{espesor del alma}$$

En madera:

$$W_{nec} = \frac{M_{max}}{\sigma_{adm}} \text{ y para sección rectangular } W = \frac{b.h^2}{6} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{6.W}{b}}$$

$$\tau = \frac{Q}{b.z} \leq \tau_{adm}$$

En cuanto a la verificación a flexión compuesta, en general, no es necesaria en este tipo de viga porque el esfuerzo normal es reducido.

En H° A°:

En H° A° se dimensiona a flexión compuesta cuando se trata de vigas muy inclinadas. Ya sea para losas o vigas de eje quebrado se procede de igual manera a lo explicado en hormigón armado:

DETALLES CONSTRUCTIVOS

En H° A°, si colocamos la armadura de tracción sólo por la parte inferior, a consecuencia del cambio de dirección de la fuerza aparece esta resultante que produce fisuraciones en el hormigón (fig. 6). Por lo tanto es necesario colocar armaduras especiales para impedir la formación de fisuras. Algunas de estas disposiciones se las puede observar en la fig. 7.

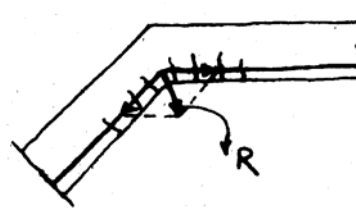
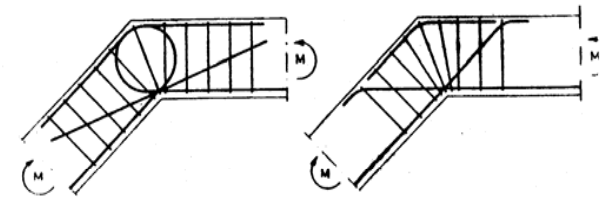


Fig. 6



LOBAS

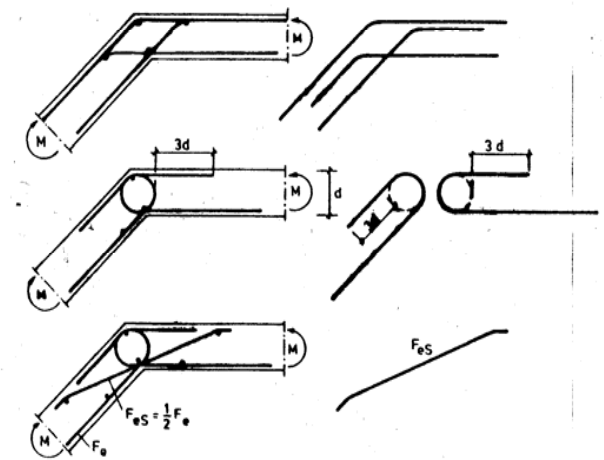
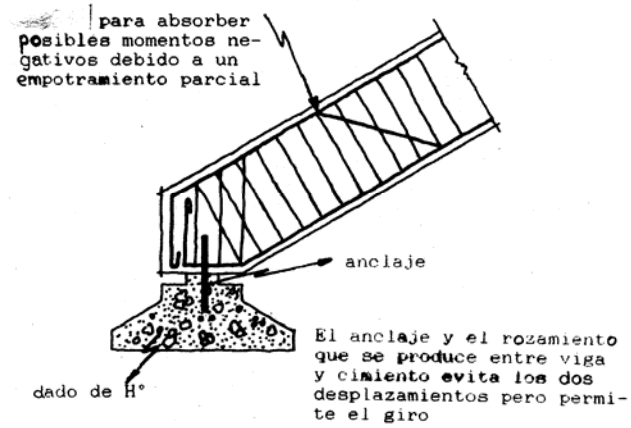
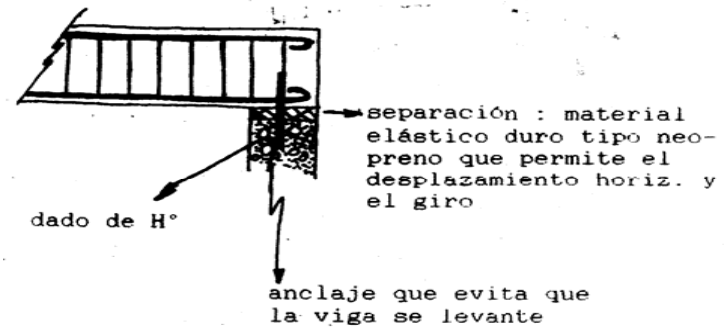


Fig. 7

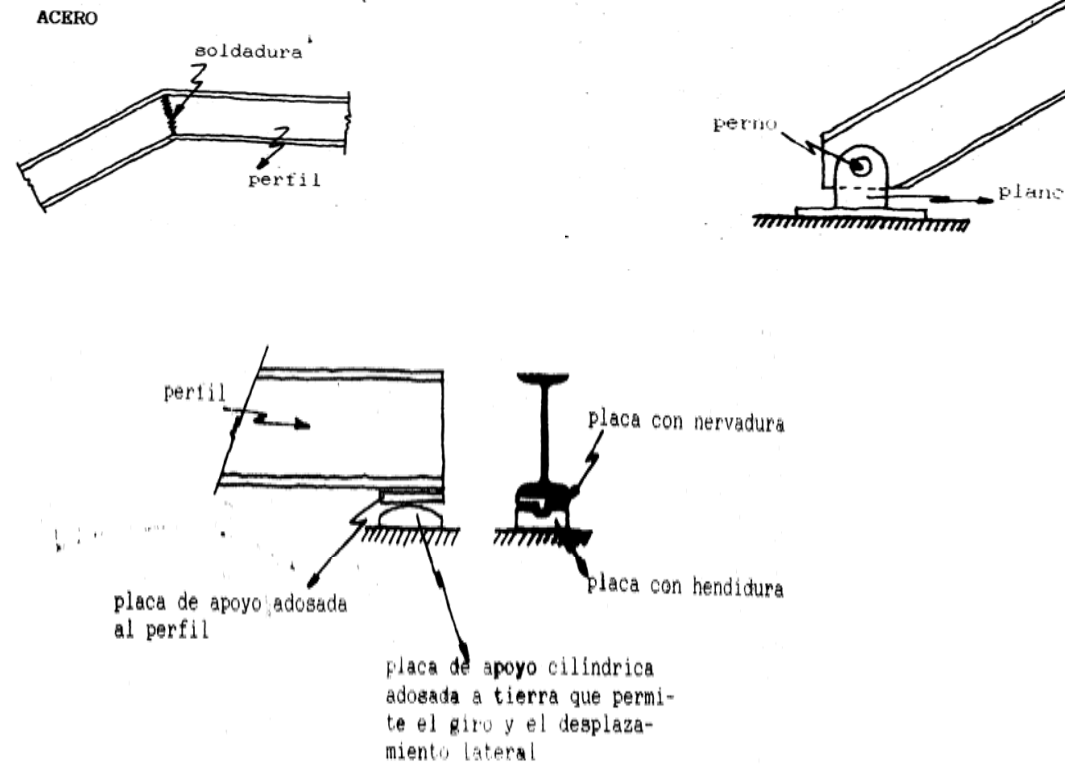
Apoyo inferior – Articulación



Apoyo superior – móvil



En acero

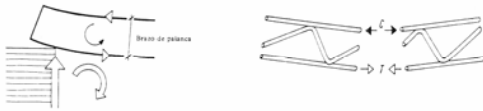


Estos apoyos son especiales pero en construcciones sencillas se puede apoyar la viga directamente sobre una capa de fieltro asfáltico.

COMPARACIÓN DE TIPOS ESTRUCTURALES

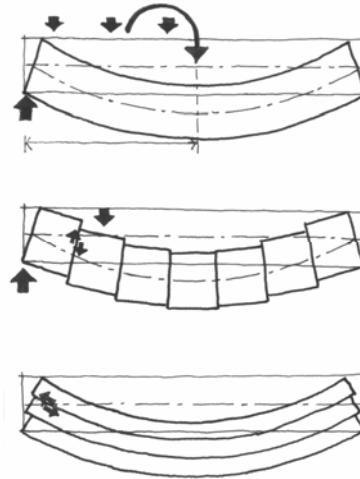
VIGA DE ALMA LLENA

VIGA RETICULADA

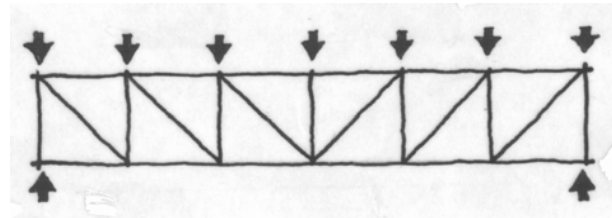


1- DEFINICIÓN

VIGA DE ALMA LLENA: las fuerzas exteriores son transmitidas mediante una masa material a través de un mecanismo interno de flexión y corte, para determinadas condiciones de vínculos y cargas.

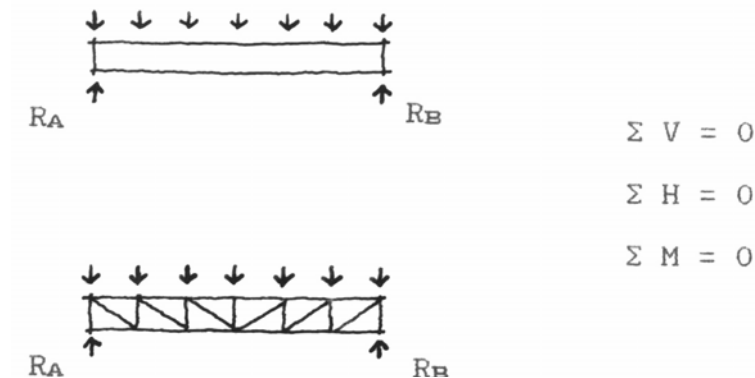


VIGA RETICULADA: transmite las cargas exteriores mediante una disposición triangulada de piezas rectas solicitadas a esfuerzos internos de tracción y compresión simple, siempre y cuando las cargas estén aplicadas en los nudos.



2- ESQUEMA ESTÁTICO Y REACCIONES DE APOYO

Cuando es posible calcular las reacciones mediante las ecuaciones de equilibrio de la estática, el sistema se llama isostático o estáticamente determinado externamente.



Esto se cumple en ambas vigas, pero en la viga reticulada se debe verificar que sea isostática internamente.

Para ello se debe cumplir la relación:

$$b = 2n - 3$$

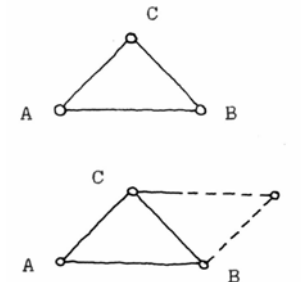
con

b : nº de barras

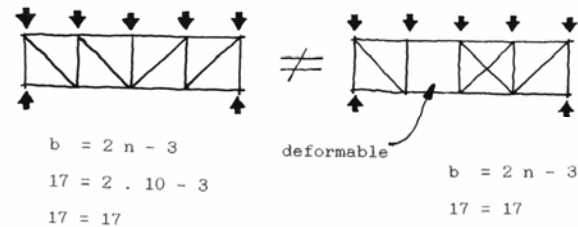
n : nº de nudos

Reticulado básico es aquel constituido por tres barras articuladas en sus extremos formando triángulo, el cual es indeformable para cualquier sistema de fuerzas que se aplique.

Fijando nuevos puntos del plano mediante dos barras rígidas se obtienen nuevos conjuntos rígidos para lo cual se debe cumplir $b = 2n - 3$.



Esta condición no es suficiente, ya que las barras deben estar adecuadamente dispuestas.

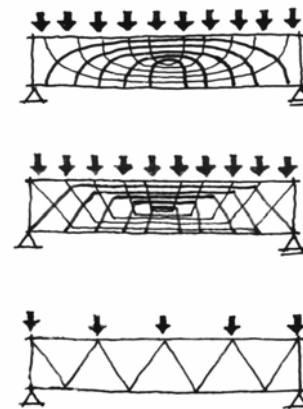


Como vemos, ambas cumplen la condición de isostaticidad, pero en la estructura de la derecha hay una incorrecta disposición de las barras.

3 – ESFUERZOS DE SECCION INTERNOS

El esquema tensional interno de una viga de alma llena de un tramo nos muestra una zona traccionada por abajo y una zona comprimida por arriba.

Si dibujamos las líneas isostáticas de tracción y compresión, que son las envolventes de las tensiones principales respectivas, obtendremos una serie de líneas curvas, con curvaturas opuestas según sean de tracción o compresión. Si a esas curvas las reemplazamos por una serie de barras rectas, también comprimidas y traccionadas, obtendremos una configuración parecida a la de una viga reticulada, es decir, un sistema de barras donde los elementos superior e inferior absorben los esfuerzos de tracción y compresión generados por la flexión, y los elementos que los enlazan absorben los esfuerzos de corte.



4 – DIMENSIONADO

VIGA DE ALMA LLENA

- **Madera – Acero**

$$M = W \cdot \sigma \quad \rightarrow \quad W = \frac{M}{\sigma} \quad \rightarrow \quad \text{área}$$

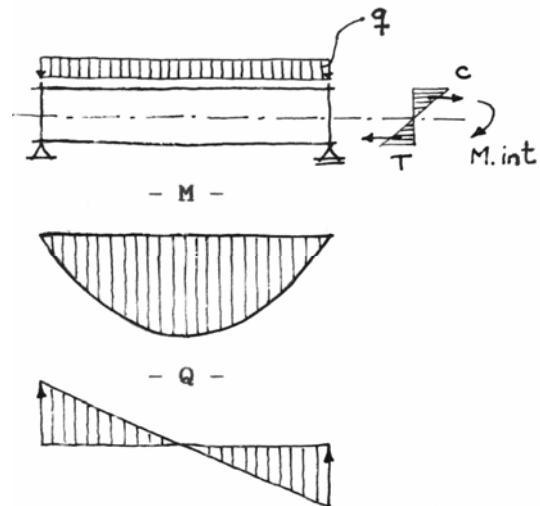
- **Hormigón armado**

régimen elástico

$$h = k_2 \sqrt{\frac{M}{b}} \quad \rightarrow \quad \text{altura de la sección de } H^\circ$$

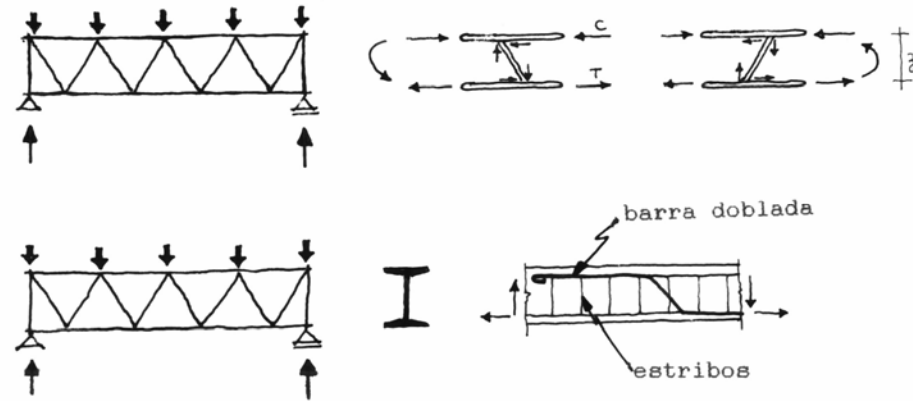
$$F_e = \frac{k_3 \cdot M}{h} \quad \rightarrow \quad \text{sección acero}$$

En una viga de alma llena, la altura de la sección implica disponer de una mayor cupla interna resistente, porque en función de la altura se incrementa su brazo interno.



VIGA RETICULADA

Mientras en la viga de alma llena la materialización de la cupla interna se concreta a través de la masa total del material, en la viga reticulada, los cordones superior e inferior, con un brazo de palanca igual a la separación entre ellos, son los encargados de generar esa cupla interna. Los montantes y diagonales mantendrán a esos cordones en sus posiciones relativas, sometidos a sus respectivos esfuerzos.



Puede aplicarse de esta forma el concepto del momento resistente de una sección del reticular para su predimensionado:

$$M = T \cdot z \quad \therefore \quad z = \frac{M}{T}$$

Este momento resistente interno tendrá que ser igual al momento flector correspondiente a la sección del reticular considerada como una pieza de alma llena.

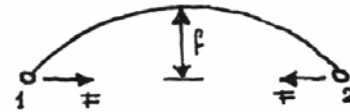
La determinación de los esfuerzos en las barras se efectúa en base a las siguientes hipótesis:

- 1) Las barras están articuladas sin rozamiento en los nudos
- 2) Las cargas se consideran aplicadas en los nudos

- 4) Las barras son rectas. Cuando esta hipótesis no se cumple la barra estará solicitada a flexión compuesta

Determinación de F: se admite la forma y se considera la recta 1-2 que une los nudos.

Determinación de M: $M = F \cdot f$

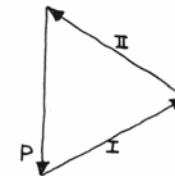
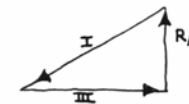
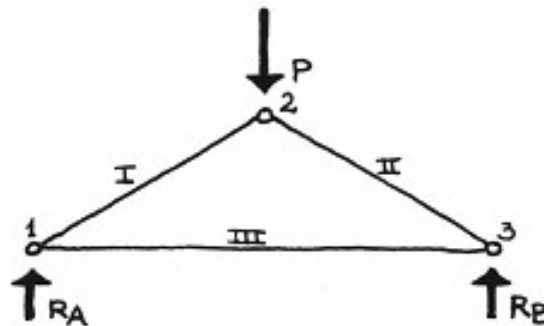


- 5) Las barras son rígidas: se desprecia el desplazamiento de los nudos por deformación de las barras (acortamiento y alargamiento).

Veamos dos métodos para la determinación de los esfuerzos en las barras.

A) El método de equilibrio en los nudos:

MÉTODO DE CREMONA: se funda en que el polígono vectorial de un sistema de fuerzas en equilibrio es cerrado y exige que haya por lo menos un nudo en el cual concurren sólo dos barras.

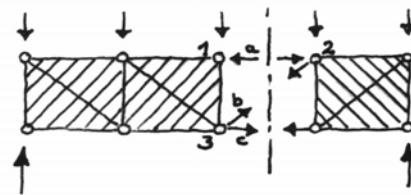


- 3) El sistema es plano

B) Método de las secciones:

MÉTODO DE RITTER: consiste en efectuar un corte de la estructura y que cumpla las siguientes condiciones:

- que no pase por ningún nudo
- que no corte más de tres barras
- que las barras no sean concurrentes



$$\Sigma M_{(1)} = 0 \rightarrow b$$

$$\Sigma M_{(2)} = 0 \rightarrow c$$

$$\Sigma M_{(3)} = 0 \rightarrow a$$

Las tres ecuaciones de equilibrio que pueden plantearse para cualquiera de las dos partes del reticulado, permiten calcular los esfuerzos incógnitas en las tres barras cortadas.

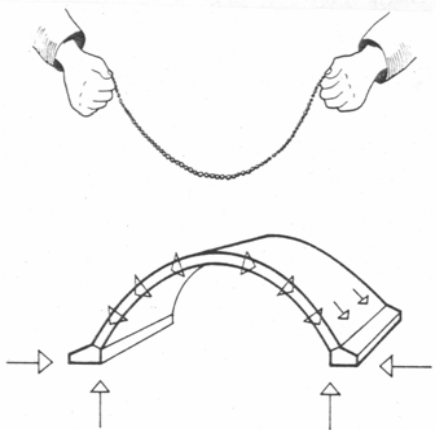
A compresión: $\rightarrow A = \frac{T \cdot \omega}{\sigma} \rightarrow$ verificación al pandeo

A tracción: $\rightarrow A = \frac{T}{\sigma}$

Conclusión

La viga reticulada permite cubrir, con menos cantidad de material, luces mayores que la viga de alma llena. Esto implica una mayor eficiencia estructural.

ARCO – CABLE



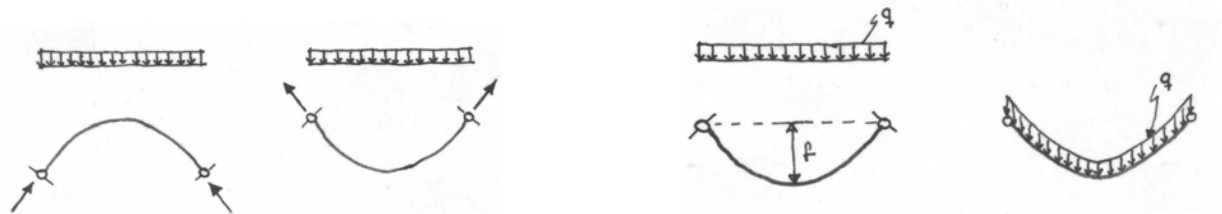
1- DEFINICIÓN

Ambas tipologías transmiten cargas mediante simples tensiones normales.

- El arco puede encauzar las fuerzas externas mediante un esfuerzo de compresión.
- El cable transmite las fuerzas externas mediante esfuerzos de tracción.

En el cable, una carga uniformemente repartida, actuando ésta sobre la proyección horizontal, da una curva parabólica. Mientras que una carga uniformemente repartida a lo largo de la longitud real del cable, como podría ser su peso propio, da una catenaria.

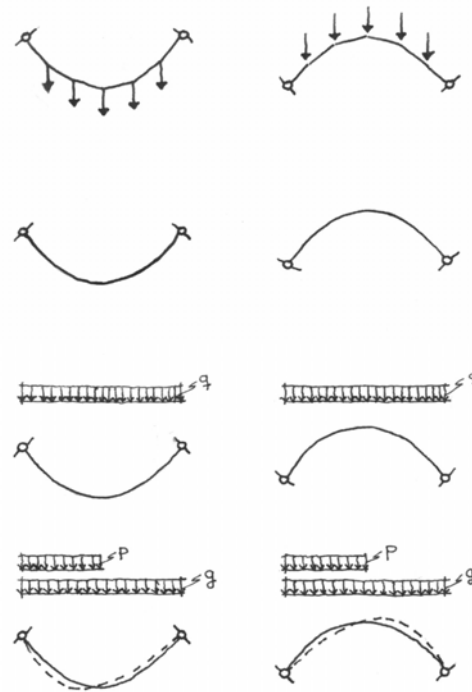
Como no se diferencia mucho la catenaria de la parábola, es suficientemente exacto considerarla como una parábola.



2 – MECANISMO RESISTENTE

El mecanismo resistente de estos sistemas descansa esencialmente en la forma de cada tipo estructural. Si la forma de estos sistemas coincide con el funicular de las tracciones o de las compresiones, estarán trabajando a esfuerzos simples de tracción o compresión. Cualquier desviación con respecto a la forma de la curva funicular requiere mecanismos adicionales que compensen dicha desviación.

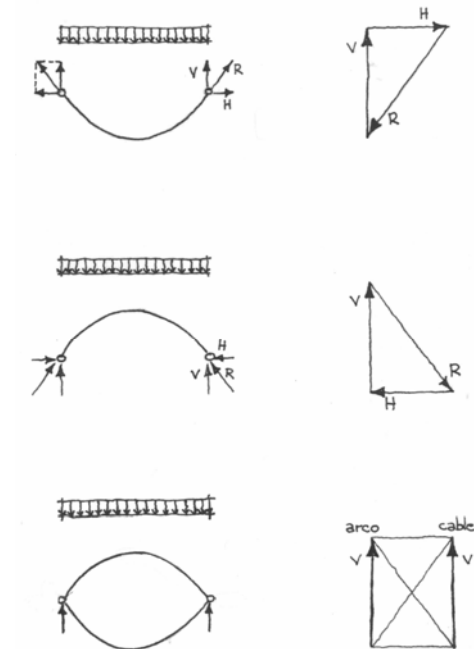
Estas curvas funiculares están determinadas por las cargas que actúan en el sistema, por la flecha y la luz. Cualquier cambio en estas variables afecta la forma de la curva funicular y da origen a una nueva forma estructural. El cable tiene la particularidad de que bajo nuevas situaciones adopta una nueva línea de tracciones, mientras que el arco no, y debe compensar esta desviación con un mecanismo resistente a flexión.



3 – ESQUEMA ESTÁTICO Y REACCIONES DE APOYO

Ambos sistemas desarrollan esfuerzos horizontales en sus extremos. La recepción de esos esfuerzos constituye un problema esencial al proyectar esos sistemas.

La combinación de cable portante y arco no produce ninguna reacción horizontal ya que las componentes horizontales de ambos tienen direcciones opuestas y se anulan entre sí.



4 – DETERMINACIÓN DE REACCIONES

En el cable:

$$\sum M_B = 0 \rightarrow V$$

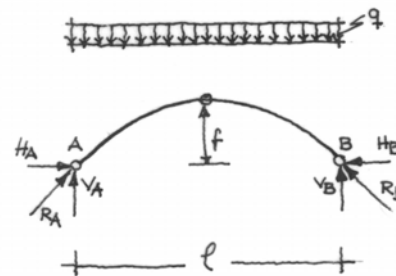
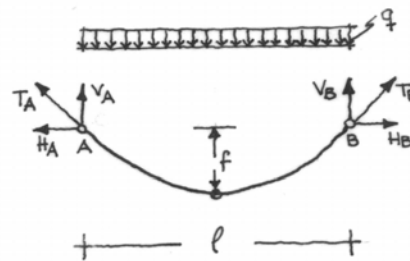
$$\sum M_C = 0 \rightarrow H$$

$$T = \sqrt{V^2 + H^2}$$

En el arco:

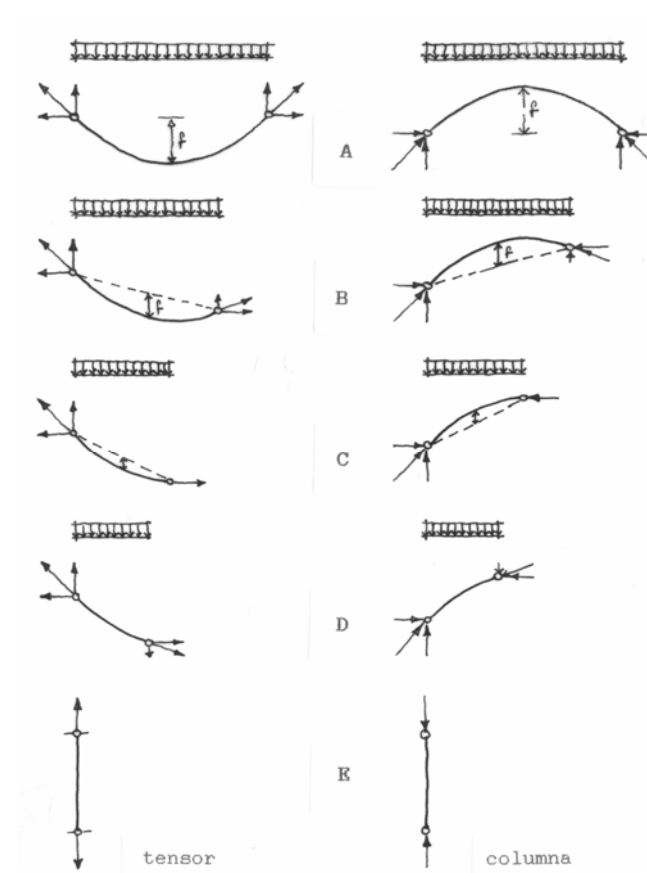
$$\sum M_C = 0 \rightarrow H \quad \sum M_B = 0 \rightarrow V$$

$$R = \sqrt{V^2 + H^2}$$

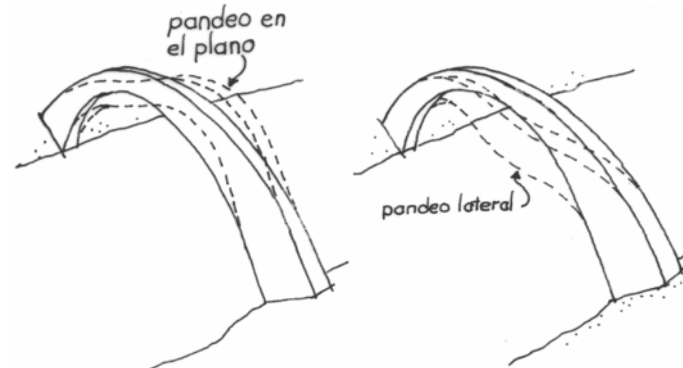


APOYOS A DISTINTA ALTURA

A medida que variamos la posición de uno de los apoyos, en ambas estructuras, el valor de la reacción horizontal H se mantiene constante y sólo varían los esfuerzos verticales. En el caso C, donde la tangente a la estructura es horizontal, sólo se tiene la reacción horizontal, siendo $V = 0$. El caso límite es E donde el cable se transforma en un tensor, y el arco se transforma en una columna, pues el arco es lo más parecido tensionalmente hablando a la columna por cuanto su trabajo principal es de compresión bajo cargas verticales y simétricas.



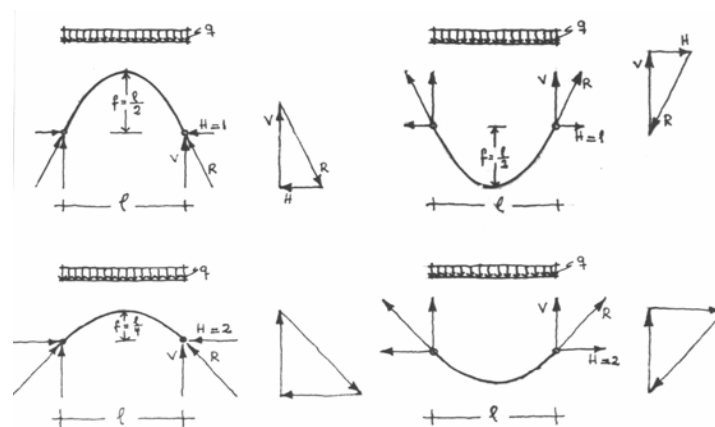
El arco, por ser una estructura esbelta y comprimida, tendrá riesgo de pandearse, lo que dará lugar a una mayor sección, y por lo tanto será menos eficiente que el cable.



5 – INFLUENCIA DE LA FLECHA EN EL ARCO Y EN EL CABLE

Tanto el empuje en el arco como la tensión en el cable son inversamente proporcionales a la flecha, o sea que para reducir las tensiones, la flecha debe ser lo más grande posible.

Si tomamos los casos límite donde la flecha es igual a cero ($f = 0$), vemos que en el cable el esfuerzo y la reacción H resultarían infinitos, es decir no puede resistir cargas. En cambio el arco se transforma en una viga.



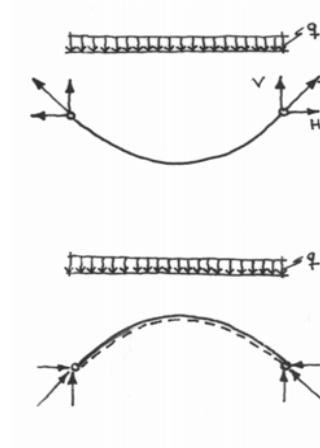
Comparando estos tres tipos estructurales, cable, arco, y viga, vemos que la flecha en el cable y en el arco cumple la misma función que el brazo interno de la viga, para la generación de la cupla resistente.

6 – ESFUERZOS DE SECCIÓN

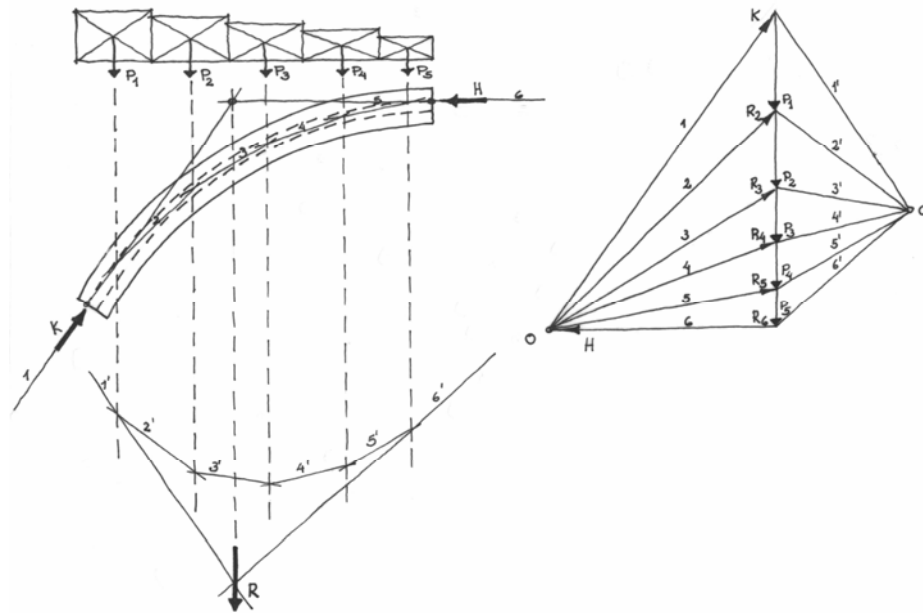
Las secciones en el cable están solicitadas sólo a tracción.

$$A = \frac{T}{\sigma_{adm}}$$

Si la directriz del arco coincide con la línea de presiones o antifunicular de cargas, el arco trabaja a la compresión pura.



DETERMINACIÓN GRÁFICA DEL ESFUERZO NORMAL EN CUALQUIER SECCIÓN DEL ARCO MEDIANTE EL MÉTODO DEL ANTIFUNICULAR

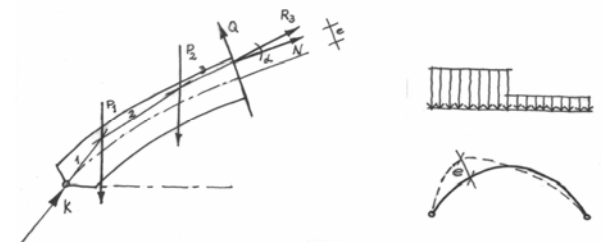


DETERMINACIÓN DE N - M y Q EN UN ARCO

$$N = R_3 \cdot \cos \alpha$$

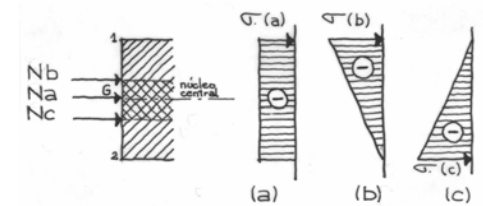
$$Q = R_3 \cdot \sin \alpha$$

$$M = N \cdot e$$



DIMENSIONADO A COMPRESIÓN

$$A = \frac{N \cdot \omega}{\sigma}$$

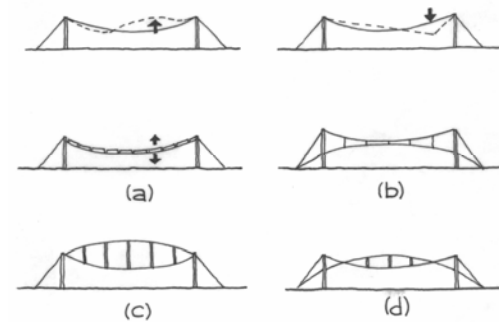


DIMENSIONADO A FLEXO – COMPRESION

$$\sigma_1 = \frac{N \cdot \omega}{A} - \frac{M}{W} \quad \sigma_2 = \frac{N \cdot \omega}{A} + \frac{M}{W}$$

ESTABILIDAD EN EL PLANO

Las estructuras traccionadas debido a su reducido peso propio en relación a su luz y a su flexibilidad son muy susceptibles a la succión del viento, a las vibraciones y a las cargas asimétricas y móviles, por lo tanto se deben adoptar medidas necesarias para transformar la estructura en estable para todos los estados de carga posible.



La estabilidad se logra por:

- Peso (figura a)
- Pretensado (figura b – c – d)

El arco no presenta este problema de inestabilidad en el plano debido a su peso y a su rigidez a la flexión, pero se debe tener en cuenta el riesgo de pandeo tanto en su propio plano como lateralmente.

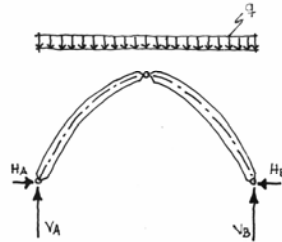
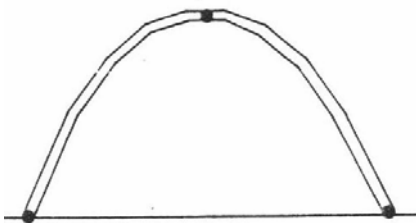
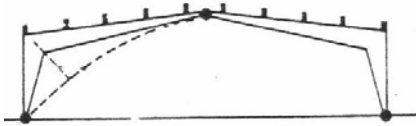
Así como el cable puede estabilizarse por el pretensado de tal manera que puede ser sometido a fuerzas adicionales, es igualmente posible precomprimir el arco hasta un grado tal que pueda volver a dirigir las cargas asimétricas sin experimentar flexiones.

Conclusión

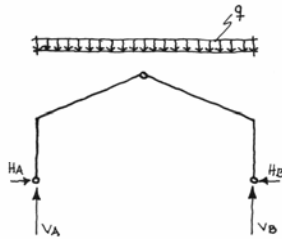
El arco y el cable a causa de estar solicitados por esfuerzos de compresión o tracción son los sistemas más eficientes para cubrir un espacio. Pero por el peligro de pandeo que presenta el arco, por ser esbelto y estar comprimido, este tipo estructural es menos eficiente que el cable.

ARCO – PÓRTICO

1 – DEFINICIÓN

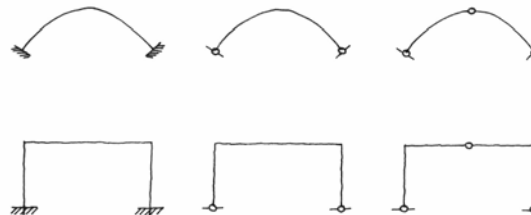


ARCO: es una estructura curva, que con un diseño óptimo, es capaz de disminuir los momentos flectores hasta el grado de hacerlos desaparecer, reemplazando la flexión por una compresión dominante y pura en el caso límite. Es uno de los mecanismos más convenientes para cubrir grandes luces ya que conducen las cargas por el camino más directo.



PÓRTICO: la vinculación rígida entre dintel y columna, permite la transferencia de esfuerzos, trabajando a un esfuerzo de flexocompresión. También son capaces de salvar grandes luces y crear grandes espacios libres sin soportes, sin prescindir de las ventajas de la geometría rectangular.

El pórtico como el arco puede estar empotrado o articulado con una, dos o tres articulaciones.

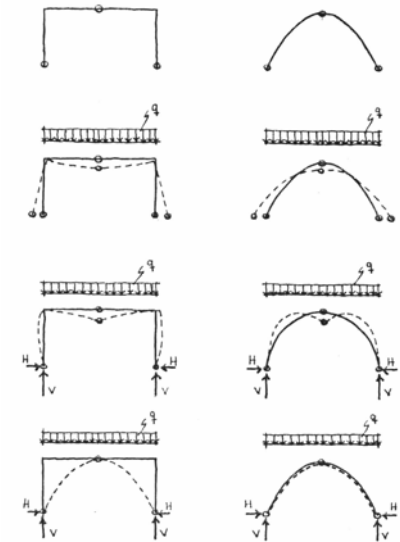


Tanto el arco como el pórtico bajo cargas verticales producen en sus apoyos esfuerzos horizontales, los cuales constituyen un problema esencial al proyecto de estos sistemas.

En el pórtico, para restablecer los pies de las columnas a su posición original, es necesario desplazarlos hacia adentro mediante fuerzas horizontales y los extremos de las vigas deben girar en parte hacia atrás.

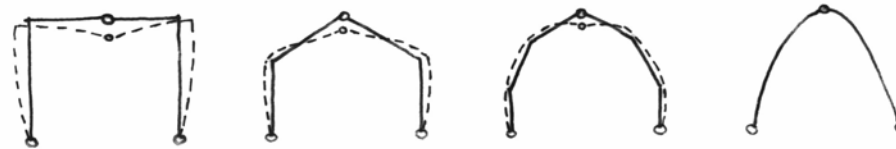
En su posición final, tanto la viga como las columnas del pórtico se han curvado y desarrollan tensiones de flexión.

En el arco, para cargas verticales, los empujes horizontales en los apoyos disminuyen los momentos flectores hasta el grado de hacerlos desaparecer cuando el eje del mismo coincide con la línea de presiones correspondiente al esquema de cargas actuante.



CONCLUSIÓN

- a- En el arco la capacidad de carga dependerá de la forma
- b- En el pórtico la capacidad de carga dependerá de la continuidad de los nudos entre el parante y el dintel.



Al cambiar la forma del dintel vemos que la deformación del eje va siendo cada vez menor a medida que se va inclinando más el mismo. Con un número infinito de tramos cortos se convierte en un arco.

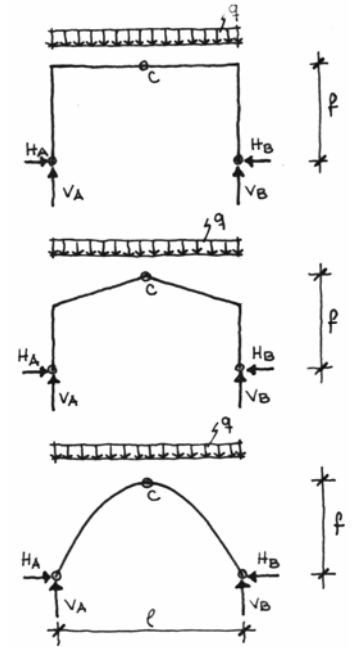
ESQUEMA ESTÁTICO DE CADA TIPO ESTRUCTURAL

Como se trata de un pórtico triarticulado y arco triarticulado estamos en presencia de estructuras isostáticas que pueden ser resueltas mediante las tres ecuaciones de equilibrio.

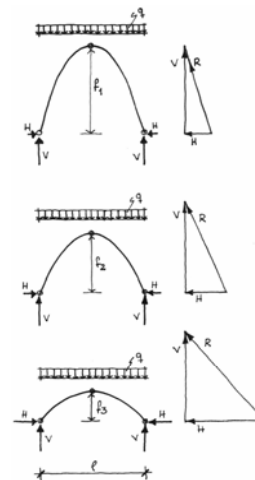
$$\sum H = 0 \quad \sum V = 0 \quad \sum M = 0$$

$$V_A = \frac{q \cdot l}{2} \quad H_A = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot f}$$

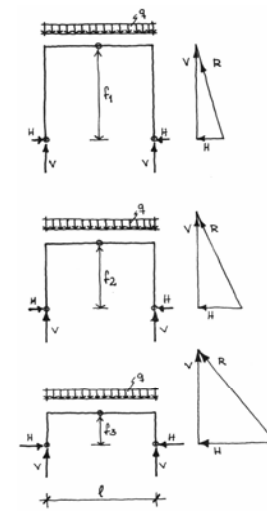
Se observa que en los tres ejemplos para la misma carga e igual luz y flecha, las reacciones son iguales.



LA INFLUENCIA DE LA FLECHA EN EL ARCO Y EN EL PÓRTICO CON RESPECTO AL EMPUJE H EN LOS APOYOS



$$f_1 > f_2 > f_3$$

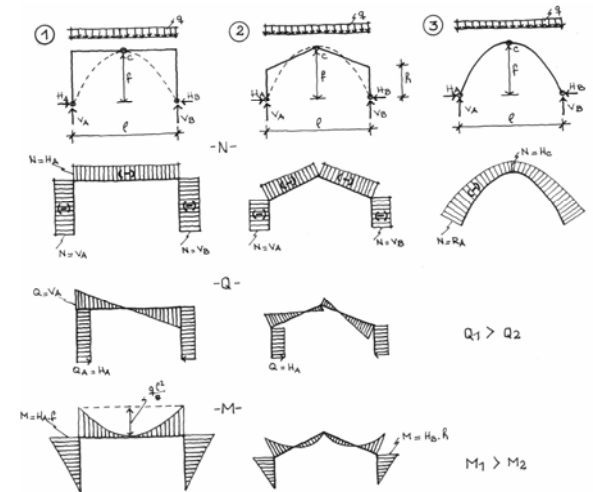


Vemos que el empuje es inversamente proporcional a su flecha o sea que a mayor flecha, menor empuje H .

ESFUERZOS DE SECCION

Una vez determinadas las reacciones, podemos construir los diagramas $M - Q - N$ para los distintos casos.

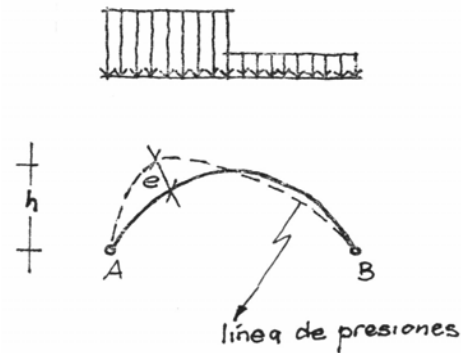
Para evitar flexiones, que suelen ser costosas de resistir, es preferible que los pórticos se aproximen lo más posible al funicular, lo cual va a depender de la posición relativa del eje de la estructura con respecto a la línea de presiones definida por el esquema de carga y la ubicación de las tres articulaciones.



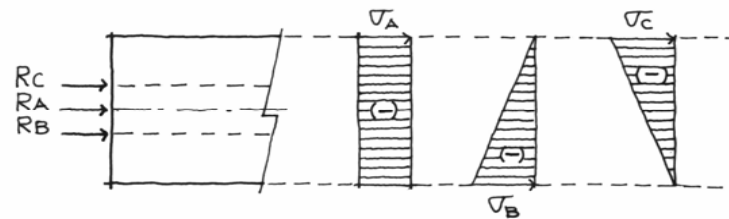
O sea que cuanto más se acerque el eje de la estructura a la línea de presiones, menores serán los momentos, hasta llegar al caso límite que es el arco parabólico que trabaja a compresión pura para un determinado estado de carga.



Esto no sucede en un arco donde cambian las cargas, por ejemplo, por el viento. En este caso no pueden deformarse geométicamente por su rigidez transversal para buscar la coincidencia con la nueva línea de presiones. Aparecerá por lo tanto una excentricidad "e" para determinar secciones y como consecuencia de ello estará solicitado a flexo compresión.



Para que el arco trabaje a la compresión la línea de presiones debe estar ubicada en el tercio medio de la sección, dándose casos límites: cuando la línea de presiones está en el extremo inferior del tercio medio y cuando está en el extremo superior del tercio medio de la sección. Para esas situaciones aparecen tensiones nulas en los bordes opuestos de la sección.



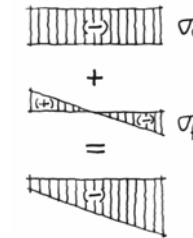
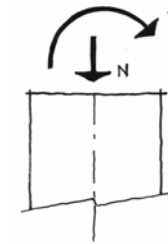
DIMENSIONADO

PÓRTICO

$$\sigma_F = \frac{M}{W} \rightarrow A$$

$$\sigma_C = \frac{N}{A} \rightarrow A$$

$$\sigma = \frac{M}{W} - \frac{N \cdot \omega}{A} \leq \sigma_{adm}$$



Diagramas tensionales de una sección flexocomprimida

ARCO SOMETIDO A COMPRESIÓN PURA

$$\sigma_{comp} = \frac{N}{A} \rightarrow A$$

$$\sigma_{trab} = \frac{N \cdot \omega}{A} \leq \sigma_{adm}$$

ARCO SOMETIDO A FLEXO COMPRESIÓN

$$\sigma = \frac{M}{W} \rightarrow A$$

$$A = \frac{N}{\sigma} \rightarrow A$$

$$\sigma_{\text{trab}} = \frac{M}{W} - \frac{N \cdot \omega}{A} \leq \sigma_{\text{adm}}$$

Tanto el pórtico como el arco suelen ir arriostrados transversalmente, de no ser así presentan peligro de pandeo fuera de su plano, por flexión transversal o por flexión combinada con torsión.

En el plano, el pandeo es más difícil que se presente en el pórtico que en el arco, por cuanto el pórtico suele presentar mayores momentos de inercia ya que sus excentricidades y las flexiones consiguientes son también mayores.

ASPECTOS CONSTRUCTIVOS

Siendo el trabajo de compresión el fundamental del arco, los materiales pétreos se prestan bien a su construcción.

Para el arco expuesto a flexiones se prefiere el H° A° e incluso el acero, aprovechando las altas resistencias tanto a la tracción como a la compresión.

El H° aventaja fácilmente en economía a los materiales clásicos, pero tiene el problema de las deformaciones lentas y la retracción, lo que no sucede en el acero, pero sí se dan en este las variaciones por temperatura.

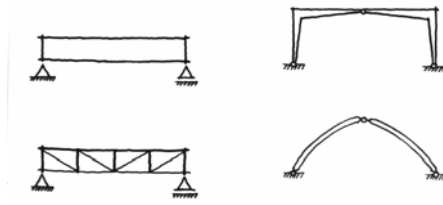
La madera encolada también es usada en la construcción del arco.

En el pórtico la mampostería queda eliminada porque las juntas de mortero no resisten tensiones de tracción y compresión.

La madera en escuadría no se presta demasiado para transmitir esas tensiones a través de sus ensambles, pero sí la madera encolada.

Los materiales más apropiados son el H° A° y el acero que permiten construir uniones rígidas entre las partes del pórtico.

VIGA DE ALMA LLENA Y RETICULADAS CON SISTEMAS DE ARCOS Y PÓRTICOS



1- DEFINICIÓN

Viga de alma llena: transmite los esfuerzos exteriores mediante una masa material a través de un mecanismo interno de flexión y corte.

Por ejemplo: en una viga de simple apoyo sometida a una carga q , los apoyos A y B reaccionan ante la fuerza externa equilibrando el sistema.

La resultante de las fuerzas exteriores (carga y reacciones) origina una rotación de los extremos libres (puntos de apoyo) que produce la curvatura del eje longitudinal. La deformación por flexión provoca un acortamiento de las fibras superiores (-) y un alargamiento de las inferiores (+).

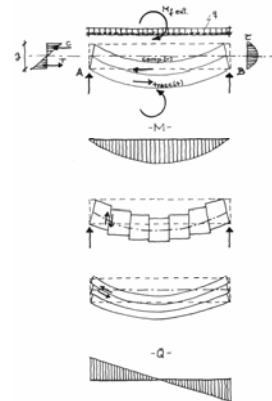
El momento flector para carga continua se distribuye parabólicamente a lo largo de la viga siendo máximo en la mitad del tramo y va disminuyendo hacia los apoyos.

Los esfuerzos cortantes son máximos sobre los apoyos y decrecen hacia el centro, siendo nulos en el centro del tramo.

La deformación por flexión origina que las fibras verticales intenten deslizarse produciendo un esfuerzo cortante vertical y las fibras horizontales también intentan deslizarse unas sobre otras produciendo un esfuerzo cortante horizontal.

Debido a la deformación por flexión se originan tensiones internas de tracción y compresión en la sección transversal, las cuales son nulas en el plano medio y crecen linealmente hasta un máximo en las fibras de borde. Estas tensiones originan una cupla interna de reacción generada por el material de la pieza que tiene que ser igual al momento de giro producido por las fuerzas exteriores.

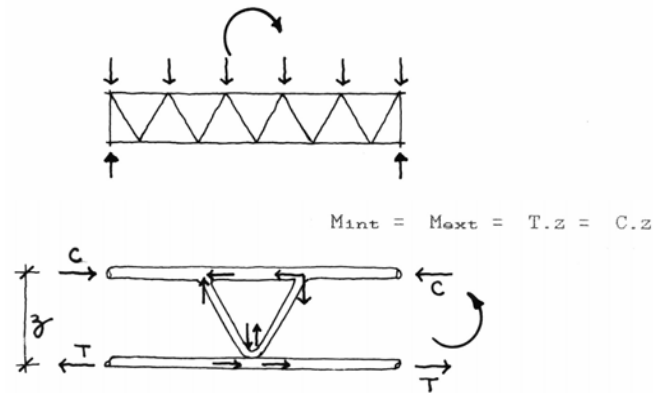
Tanto el momento flector externo como los esfuerzos de corte son absorbidos por el material de la sección. Particularmente el esfuerzo de corte produce deslizamientos verticales y horizontales, que deben ser contrarrestados por tensiones internas de corte que se distribuyen en la sección según un diagrama parabólico.



VIGA RETICULADA

Transmite las cargas exteriores mediante una disposición triangulada de piezas rectas solicitadas a esfuerzos internos de tracción y compresión.

Es decir, es un sistema de barras donde los elementos superiores e inferiores desempeñan el papel de cordones a flexión y los elementos que enlazan deben soportar el corte.



Por lo tanto en la viga reticulada también se origina esa cupla de reacción interna como en la viga de alma llena, pero la diferencia está en que, en una se concreta por la masa del material y en la otra es tarea de las barras, montantes verticales y diagonales.

Los cordones superior e inferior concentran los esfuerzos de compresión y tracción y la separación entre ellos es la medida del brazo.

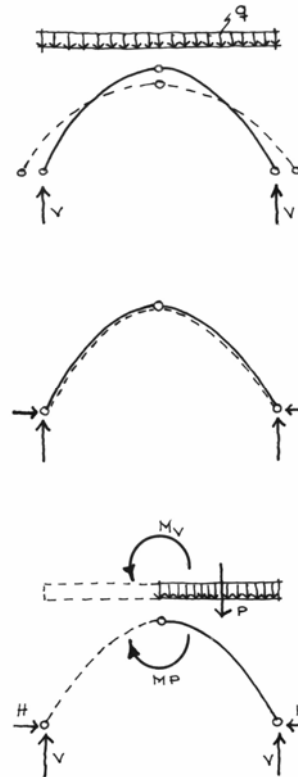
Los esfuerzos de corte horizontales y verticales son absorbidos por las diagonales mediante tensiones internas de tracción y compresión. Es decir, que el momento resistente interno tendrá que ser igual al momento flector correspondiente a la sección del reticular considerado como una pieza de alma llena.

ARCO

Encauza las fuerzas exteriores por medio de simples tensiones normales de compresión o sea que se identifica con el flujo natural de las fuerzas.

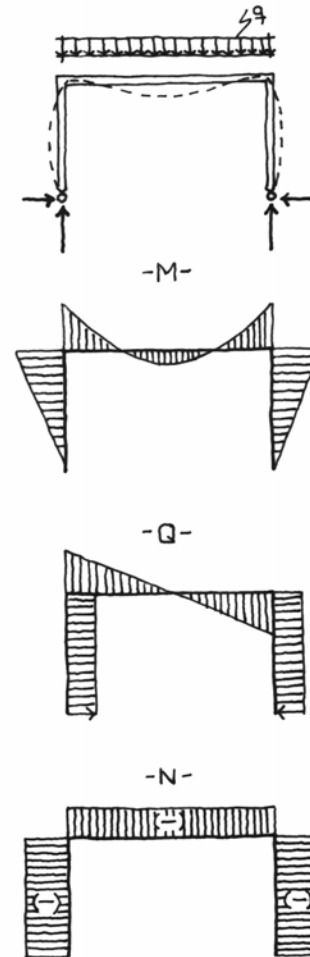
El arco ejerce una presión hacia fuera, aún para cargas verticales solas, y lo verdaderamente importante del arco es su capacidad de originar empujes horizontales en los apoyos, que disminuyen los momentos flectores hasta el grado de hacerlos desaparecer con un diseño óptimo, reemplazando el mecanismo de flexión de la viga curva por una compresión fuertemente dominante y hasta pura en el caso límite, es decir cuando la forma del eje coincide con la línea de presiones correspondiente al esquema de cargas actuantes.

Para cargas uniformemente distribuidas esta línea es parabólica. Es decir, que el M_H equilibra la diferencia entre los momentos M_P y M_V eliminándose la flexión.



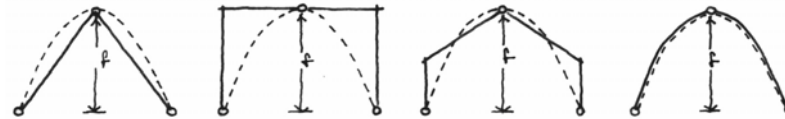
PORTICO

Mediante la conexión rígida entre vigas y columnas cada miembro participa con su deformación en el mecanismo resistente que es una combinación de esfuerzos de tracción, compresión y corte, o sea resistencia a la flexión.



El pórtico como el arco, bajo cargas verticales produce en sus extremos esfuerzos horizontales que introducen compresión en el dintel y dada la continuidad, las columnas están sometidas a tensiones de flexión.

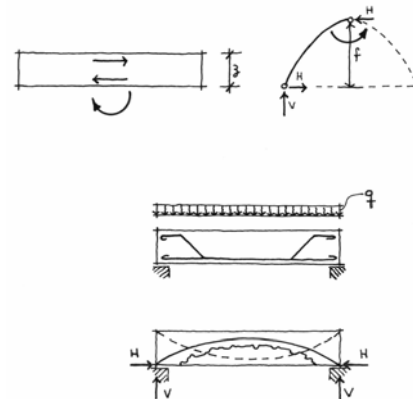
Estos esfuerzos de flexión pueden disminuir según la posición de cada uno de los elementos del pórtico con respecto a la línea de presiones, definida por el esquema de carga y la ubicación de las tres articulaciones, o sea que cuanto menos se aleja la estructura de la línea de presiones, menores serán los momentos hasta llegar al caso límite que es el arco parabólico. Es por esto que podemos decir que el pórtico es un caso particular de arco.



Habiendo definido las distintas tipologías según su forma o manera de resistir las cargas observamos que:

Se puede hacer una comparación importante entre los sistemas de vigas de alma llena y reticuladas con los sistemas de arco y pórtico en cuanto a su mecanismo de resistencia interna: la flecha del arco y pórtico cumple la misma función que el brazo de palanca z de la viga, es decir que el arco puede ser considerado como una viga de gran altura o sea con un gran brazo de palanca (por lo tanto es más resistente y permite cubrir grandes luces con menos material).

Esto lo podemos ejemplificar en una viga de $H^o A^o$ en la cual si suprimimos la armadura podemos mantener el equilibrio al introducir reacciones horizontales que reemplacen a las tensiones del acero transformando la viga en arco. Sin esas fuerzas se produce el colapso de la viga.



POSIBILIDADES ARQUITECTÓNICAS Y CONSTRUCTIVAS

La viga de alma llena tiene limitadas posibilidades constructivas por la sección transversal requerida (escuadrías de madera o por su exagerado peso propio como el H° A°).

Esto no ocurre en la viga reticulada ya que se puede distribuir de manera más adecuada el área de los elementos que la forman y por lo tanto trabajar con mayores alturas, con lo cual disminuyen los esfuerzos en las barras. También se pueden cubrir mayores luces, Esto último es similar en el arco y en el pórtico, donde a mayor flecha o brazo de palanca menores son los esfuerzos.

